Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского
Санкт-Петербургский государственный университет
Институт проблем управления РАН имени В. А. Трапезникова
Института математики СО РАН имени С. Л. Соболева
Институт проблем машиноведения РАН

Международная конференция

Динамические системы в науке и технологиях (DSST-2018)

Крым, Алушта, 17-21 сентября 2018 г.

Тезисы докладов

Симферополь
ИП Корниенко А.А.
2018

УДК 517.9+539.3+519.6
ББК 22.236.3

Международная конференция «Динамические системы в науке и технологиях» (DSST-2018): тез. докл.; Алушта, 17-21 сентября 2018 г. / Крымский федеральный университет им. В. И. Вернадского./ Отв. ред. О. В. Анашкин. – Симферополь: ИП Корниенко А.А., 2018. – 140 с.
ISBN 978-5-9500122-5-9

Программный комитет:
Г. А. Леонов (Санкт-Петербург, председатель),
Н. В. Кузнецов (Jyvaskyla, Finland, заместитель председателя),
О. В. Анашкин (Симферополь), А. С. Андреев (Ульяновск),
А. К. Беляев, Н. Ф. Морозов, Ю. Н. Бибиков (Санкт-Петербург),
С. Н. Васильев (Москва), В. З. Гринес (Нижний Новгород),
Г. В. Демиденко (Новосибирск), Й. Диблик (J. Diblik, Brno, Czech Republic),
А. П. Иванов (Москва), Б. С. Калитин (Минск),
А. В. Карапетян (Москва), С. А. Кащенко (Ярославль),
А. А. Косов (Иркутск), А. И. Маликов (Казань),
В. С. Сергеев, В. Н. Тхай, Р. Г. Мухарлямов (Москва),
Г. С. Осипенко (Севастополь), М. М. Хапаев (Москва),
Л. Хатвани (L. Hatvani, Szeged, Hungary), М. М. Шумафов (Майкоп).

Оргкомитет:
О. В. Анашкин (председатель), В. А. Лукьяненко, А. Д. Ляшко,
Ю. А. Хазова О. В. Юсупова (Симферополь).

В настоящем сборнике в авторской редакции опубликованы тезисы докладов, представленные в оргкомитет конференции. Тематика докладов охватывает широкий круг проблем теории динамических систем, качественной теории дифференциальных уравнений, математической теории управления, механики, математического моделирования в различных отраслях знаний.

ISBN 978-5-9500122-5-9

Также в работе представлен карты динамических режимов на плоскости параметров (V, k) для различных значений параметра p. С ростом параметров V и k в поведении исследуемой системы наблюдается переход к хаосу через последовательность удвоений периода колебаний, в области хаоса жестким образом формируются новые области периодических колебаний, переход от которых к хаосу также происходит через последовательность бифуркаций удвоения периода.

Таким образом, введение линейной зависимости фазы внешнего воздействия от динамической переменной в неавтономном линейном осцилляторе приводит формированию в динамике системы иерархии периодических и хаотических колебаний. В случае «слабой перестройки фазы», при $V < 2$ и $k < 2$ область существования сложных колебаний ограничена по частоте внешнего воздействия значением примерно равным удвоенной резонансной частоте, характерным для динамики нелинейного неавтономного осциллятора. Увеличение амплитуды внешнего воздействия приводит к расширению областей существования сложных режимов колебаний, теперь эти области не ограничены удвоенной частотой внешнего воздействия, а также появлению в области существования хаоса новых зон периодических колебаний. При этом в динамике системы появляются режимы колебаний, соответствующие так называемой динамике нелинейного осциллятора с периодическим потенциалом.

Литература. [1] Шалфеев, В. Д., Матросов, В. В. Нелинейная динамика систем фазовой синхронизации: Монография. Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2013. [2] Гайтон, А. К., Холлб, Дж. Э. Медицинская физиология. М.: Логосфера, 2008. [3] Holmes, P. A nonlinear oscillator with strange attractor. Phylos.Trans 292, 419–448 (1979). [4] Englisch, V., Lauterborn,,W. Regular window structure of a double-well Duffing's oscillator. Phys.Rev.A 44, №2, 916–924 (1991). [5] Астахов, В. В., Безручко, Б. П., Селезнев, Е. П. Исследование динамики нелинейного колебательного контура при гармоническом воздействии. Радиотехника и электроника 32, №12, 2558-2566 (1987). [6] Селезнев, Е. П., Захаревич, А. М. Структура пространства управляющих параметров неавтономного кусочно–линейного осциллятора. ЖТФ 76(4) 133-135 (2006).

Dynamics of nonautonomous oscillator with controlling phase of external force

E. P. Seleznev, N. V. Stankevich

Saratov Branch of Institute of Radio-Engineering and Electronics of Russian Academy of Sciences, Chernyshevsky Saratov State University, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov

Saratov, Russia

The dynamics of a nonautonomous linear oscillator in which the phase of external action depends linearly on the dynamic variable is studied. Such control of the external force phase leads to the fact that the hierarchy of various periodic and chaotic oscillations is observed in the behavior of the oscillator. The structure of the plane of control parameters is studied, it is shown that in the dynamics of the system, oscillatory regimes analogous to those of a nonautonomous oscillator with a potential in the form of a periodic function are observed.

Случаи интегрируемых систем с диссипацией со многими степенями свободы

М. В. Шамолин

МГУ имени М. В. Ломоносова

shamolin@rambler.ru, shamolin@imec.msu.ru

Москва, РОССИЯ

В задачах динамики изучаются механические системы со многими степенями свободы с диссипацией (с пространством положений — многомерным многообразием). Их фазовыми пространствами становятся касательные расслоения к данным многообразиям. Так, например, изучение n-мерного обобщенного сферического маятника в неконсервативном поле сил приводит к динамической системе на касательном расслоении к $(n-1)$-мерной сфере, при этом метрика специального вида на ней индуцирована дополнительной группой симметрий [1]. Выделим также класс задач о движении точки по многомерной поверхности, при этом метрика на ней индуцирована евклидовой метрикой всеобъемлющего пространства.

Рассмотрим следующую систему с гладкой правой частью с диссипацией. А именно, наличие диссипации (вообще говоря, знакопеременной) характеризует достаточно гладкий коэффициент $b\delta(\alpha)$ в первом уравнении системы:

$$
\begin{cases}
\dot\alpha = -z_n + b\delta(\alpha),\\
\dot z_n = F(\alpha) + \Gamma^\alpha_{11}(\alpha,\beta)f^2(\alpha)z_{n-1}^2 + \Gamma^\alpha_{22}(\alpha,\beta)f^2(\alpha)g^2(\beta_1)z_2^2 + \ldots\\
\ldots + \Gamma^\alpha_{n-1,n-1}(\alpha,\beta)f^2(\alpha)g^2(\beta_1)h^2(\beta_2)\ldots i^2(\beta_{n-2})z_1^2,\\
\dot z_{n-1} = \left[2\Gamma_1(\alpha) + Df(\alpha)\right]z_{n-1}z_n - \Gamma^1_{22}(\alpha,\beta)f(\alpha)g^2(\beta_1)z_{n-2}^2 - \ldots\\
\ldots - \Gamma^1_{n-1,n-1}(\alpha,\beta)f(\alpha)g^2(\beta_1)h^2(\beta_2)\ldots i^2(\beta_{n-2})z_1^2, \ldots,\\
\dot z_2 = \left[2\Gamma_1(\alpha) + Df(\alpha)\right]z_2z_n - \left[2\Gamma_2(\beta_1) + Dg(\beta_1)\right]f(\alpha)z_2z_{n-1} - \ldots\\
\ldots - \left[2\Gamma_{n-2}(\beta_{n-3}) + Dr(\beta_{n-3})\right]f(\alpha)g(\beta_1)h(\beta_2)\ldots s(\beta_{n-4})z_2z_3-\\
-\Gamma^{n-2}_{n-1,n-1}(\alpha,\beta)f(\alpha)g(\beta_1)h(\beta_2)\ldots r(\beta_{n-3})i^2(\beta_{n-2})z_1^2,\\
\dot z_1 = \left[2\Gamma_1(\alpha) + Df(\alpha)\right]z_1z_n - \left[2\Gamma_2(\beta_1) + Dg(\beta_1)\right]f_1(\alpha)z_1z_{n-1}-\\
-\left[2\Gamma_3(\beta_2) + Dh(\beta_2)\right]f(\alpha)g(\beta_1)z_1z_{n-2} - \ldots\\
\ldots - \left[2\Gamma_{n-1}(\beta_{n-2}) + Di(\beta_{n-2})\right]f(\alpha)g(\beta_1)h(\beta_2)\ldots r(\beta_{n-3})z_1z_2,\\
\dot\beta_1 = z_{n-1}f(\alpha),\ \dot\beta_2 = z_{n-2}f(\alpha)g(\beta_1),\ \dot\beta_3 = z_{n-3}f(\alpha)g(\beta_1)h(\beta_2), \ldots,\\
\dot\beta_{n-1} = z_1f(\alpha)g(\beta_1)h(\beta_2)\ldots i(\beta_{n-2}),
\end{cases}
\tag{1}
$$

которая почти всюду эквивалентна

$$
\begin{cases}
\ddot\alpha - b\dot\alpha\delta'(\alpha) + F(\alpha) + \Gamma^\alpha_{11}(\alpha,\beta)\dot\beta_1^2 + \ldots + \Gamma^\alpha_{n-1,n-1}(\alpha,\beta)\dot\beta_{n-1}^2 = 0,\\
\ddot\beta_1 - b\dot\beta_1\delta(\alpha)W(\alpha) + 2\Gamma_1(\alpha)\dot\alpha\dot\beta_1 + \Gamma^1_{22}(\alpha,\beta)\dot\beta_2^2 + \ldots + \Gamma^1_{n-1,n-1}(\alpha,\beta)\dot\beta_{n-1}^2 = 0, \ldots,\\
\ddot\beta_{n-1} - b\dot\beta_{n-1}\delta(\alpha)W(\alpha) + 2\Gamma_1(\alpha)\dot\alpha\dot\beta_{n-1} + 2\Gamma_2(\beta_1)\dot\beta_1\dot\beta_{n-1} + \ldots\\
\ldots + 2\Gamma_{n-1}(\beta_{n-2})\dot\beta_{n-2}\dot\beta_{n-1} = 0,\ W(\alpha) = 2\Gamma_1(\alpha) + Df(\alpha).
\end{cases}
$$

Пусть справедливы равенства

$$
\Gamma^\alpha_{11}(\alpha,\beta) \equiv \Gamma^\alpha_{22}(\alpha,\beta)g^2(\beta_1) \equiv \ldots \equiv \Gamma^\alpha_{n-1,n-1}(\alpha,\beta)g^2(\beta_1)h^2(\beta_2)\ldots = \Gamma_n(\alpha),
\tag{2}
$$

$$
2\Gamma_1(\alpha) + \frac{d\ln|f(\alpha)|}{d\alpha} + \Gamma_n(\alpha)f^2(\alpha) \equiv 0.
\tag{3}
$$

После замены переменных $w_n = z_n$, $w_{n-1} = \sqrt{z_1^2 + \ldots + z_{n-1}^2}$, $w_{n-2} = z_2/z_1$, $w_{n-3} = z_3/\sqrt{z_1^2+z_2^2}$, $\ldots$, $w_1 = z_{n-1}/\sqrt{z_1^2 + \ldots + z_2^{n-2}}$, система (1) распадается:

$$
\begin{cases}
\dot\alpha = -w_n + b\delta(\alpha),\ \dot w_n = F(\alpha) + \Gamma_n(\alpha)f^2(\alpha)w_{n-1}^2,\\
\dot w_{n-1} = \left[2\Gamma_1(\alpha) + \dfrac{d\ln|f(\alpha)|}{d\alpha}\right]w_{n-1}w_n,
\end{cases}
\tag{4}
$$

$$
\begin{cases}
\dot w_s = \pm w_{n-1}\sqrt{1+w_s^2}f(\alpha)\ldots\left[2\Gamma_{s+1}(\beta_s) + Dj(\beta_s)\right],\\
\dot\beta_s = \pm\dfrac{w_sw_{n-1}}{\sqrt{1+w_s^2}}f(\alpha)\ldots,\ s = 1, \ldots, n-2,
\end{cases}
\tag{5}
$$

$$\dot{\beta}_{n-1} = \pm \frac{w_{n-1}}{\sqrt{1+w_{n-2}^2}} f(\alpha) g(\beta_1) h(\beta_2) \dots i(\beta_{n-2}), \tag{6}$$

где в системе (5) символом "..." показаны одинаковые члены, а функция $j(\beta_s)$ — одна из функций $g, h, \dots$, зависящая от соответствующего угла β_s. Для полной интегрируемости системы (4)–(6) достаточно указать два независимых интеграла системы (4), по одному — для систем (5) (меняя независимые переменные; их $n-2$ штуки), и интеграл, "привязывающий" уравнение (6) (т.е. всего $n+1$).

Теорема. *Пусть для некоторых* $\kappa, \lambda \in \mathbf{R}$ *справедливы равенства* $\Gamma_n(\alpha) f^2(\alpha) = \kappa d/d\alpha \ln|\delta(\alpha)|$, $F(\alpha) = \lambda d/d\alpha[\delta^2(\alpha)/2]$. *Тогда система (1) при выполнении условий (2), (3) обладает полным набором* $(n+1)$ *независимых, вообще говоря, трансцендентных первых интегралов.*

Так при $\kappa = -1$ интегралы следующие: $\Theta_1(w;\alpha) = \frac{w_n^2 + w_{n-1}^2 - bw_n\delta(\alpha) + \lambda\delta^2(\alpha)}{w_{n-1}\delta(\alpha)} = C_1$; $\Theta_2(w;\alpha) = G\left(\delta(\alpha), \frac{w_n}{\delta(\alpha)}, \frac{w_{n-1}}{\delta(\alpha)}\right) = C_2$; $\Theta_{s+2}(w_s;\beta_s) = \frac{\sqrt{1+w_s^2}}{\Psi_s(\beta_s)} = C_{s+2}$, $s = 1, \dots, n-2$; $\Theta_{n+1}(w;\alpha,\beta) = \beta_{n-1} \pm \int_{\beta_{n-20}}^{\beta_{n-2}} \frac{C_n i(b)}{\sqrt{C_{n-1}^2 \Psi_{n-2}^2(b) - C_n^2}}\, db = C_{n+1}$.

Литература. [1] Шамолин, М. В. Интегрируемые системы с переменной диссипацией на касательном расслоении к многомерной сфере и приложения. Фундам. и прикл. матем. 20:4, 3-231 (2015).

Cases of integrable dissipative systems with many degrees of freedom

M. V. Shamolin
Lomonosov Moscow State University,
Moscow, Russian Federation

In this study, we show the integrability of certain classes of dynamic systems on the tangent bundle to a multi-dimensional manifold. In this case, the force fields have variable dissipation and generalize the cases considered previously.

Асимптотическая устойчивость решений в модели хищник-жертва с двумя запаздываниями

М. А. Скворцова
Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН,
Новосибирский государственный университет
sm-18-nsu@yandex.ru
Новосибирск, РОССИЯ

Рассматривается система дифференциальных уравнений с двумя запаздываниями, описывающая взаимодействие популяций хищников и жертв [1]:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = rx(t-\tau_1)e^{-c_1\tau_1} - ax^2(t) - d_1x(t) - f(x(t), y(t)), \\ \dot{u}(t) = rx(t) - rx(t-\tau_1)e^{-c_1\tau_1} - c_1u(t), \\ \dot{y}(t) = nf(x(t-\tau_2), y(t-\tau_2))e^{-c_2\tau_2} - d_2y(t), \\ \dot{v}(t) = nf(x(t), y(t)) - nf(x(t-\tau_2), y(t-\tau_2))e^{-c_2\tau_2} - c_2v(t), \end{cases}$$

$$f(x,y) = \frac{bxy}{1 + k_1x + k_2y}.$$

Здесь $x(t)$ — численность популяции взрослых жертв, $u(t)$ — численность популяции молодых жертв, $y(t)$ — численность популяции взрослых хищников, $v(t)$ — численность популяции молодых хищников. Параметры запаздывания $\tau_1 > 0$ и $\tau_2 > 0$ отвечают за время взросления жертв и хищников соответственно. Все коэффициенты предполагаются положительными.