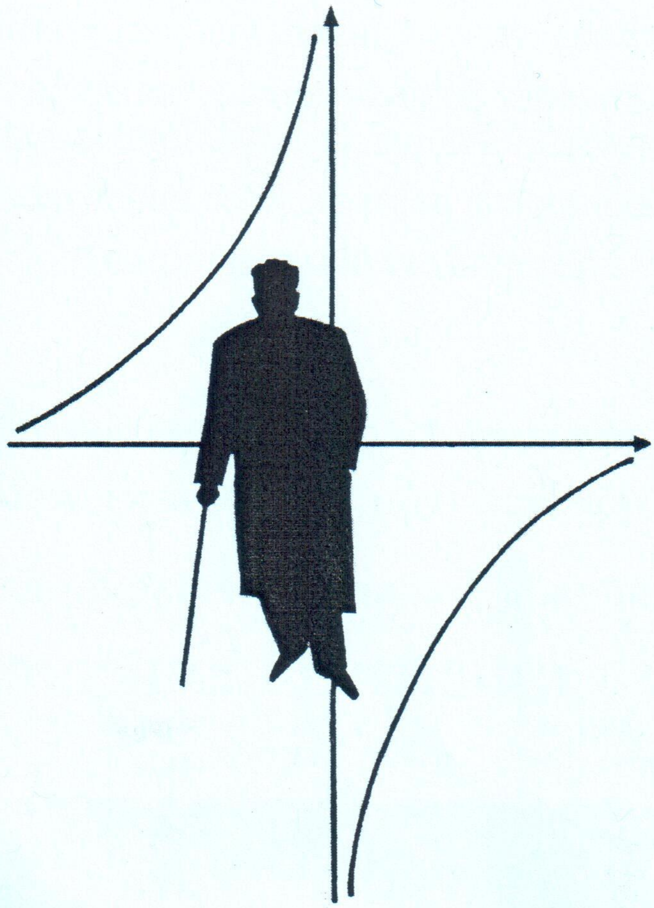


XVII МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ «ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ — 2017»

Тезисы докладов

Часть I

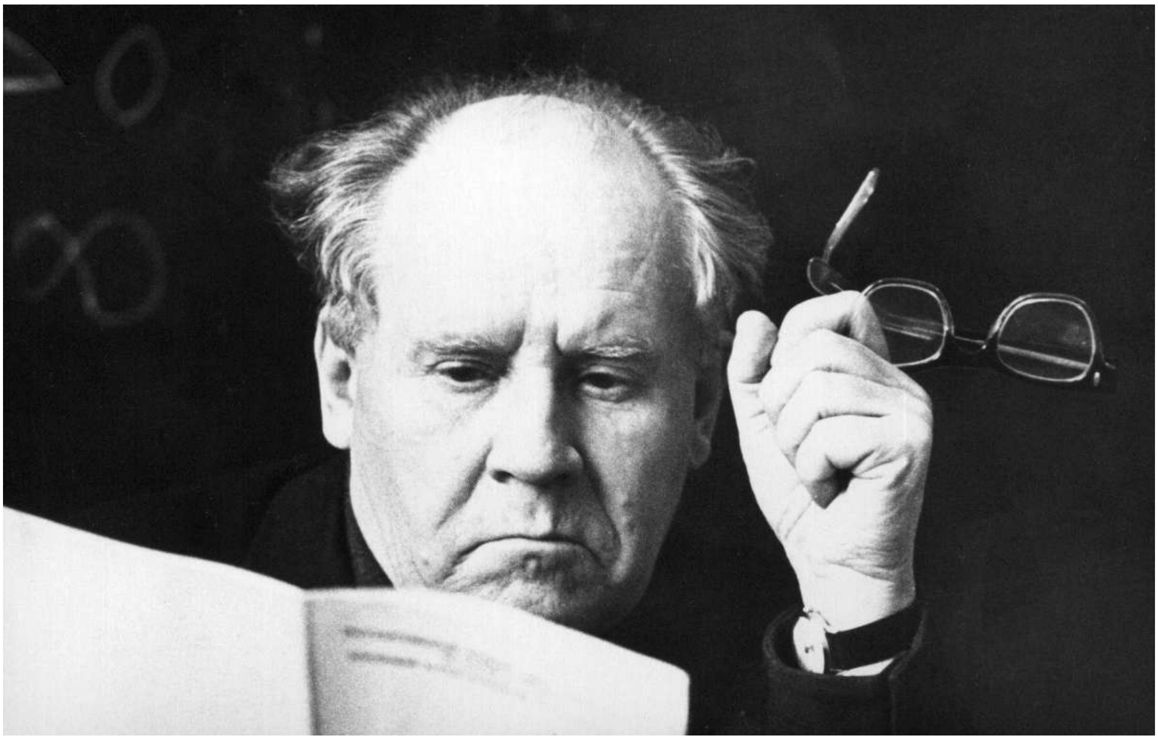
16 – 20 мая 2017 года

МИНСК

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
"ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ"
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

XVII Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям

(ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ-2017)



Тезисы докладов

Часть 1

Минск, 2017

УДК 517.9
ББК 22.161.6я43

Редколлегия:

В. В. Амелькин, В. И. Громак, А. К. Демен
Е. К. Макаров, А. В. Метельский

XVII Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ-2017): тез. докладов Международной научной конференции, Минск, 16-20 мая 2017г. — Часть 1. — Мн.: Институт математики НАН Беларуси, 2017. — 100 с.

ISBN 987-985-7160-04-4 (Часть 1)
ISBN 978-985-7160-06-8

Сборник содержит тезисы докладов, представленных на XVII Международной научной конференции по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения-2017) по вопросам аналитической, асимптотической и качественной теории дифференциальных уравнений, теории устойчивости и управления движением.

ISBN 987-985-7160-04-4 (Часть 1)
ISBN 978-985-7160-06-8

© Коллектив авторов, 2017
© Институт математики НАН Беларуси, 2017

Литература

1. Садовский А.П. *Условия возникновения проблемы центра и фокуса для A_3-системы* // Дифференциальные уравнения. Том 26, No. 10, 1990. С. 1743-1753.

2. Садовский А.П. *Проблема центра и фокуса для аналитических систем с нулевой линейной частью. I.* // Диф. уравнения. Том 25, No. 5, 1989. С. 790-799.

3. Чергинец Д.Н. *Функция соответствия для систем с простым седлом* // Вестник Бел. гос. ун-та. Сер. 1. Физ. Мат. Информ. No. 1, 2008. С. 71-76.

ИНТЕГРИРУЕМЫЕ СИСТЕМЫ СО ЗНАКОПЕРЕМЕННОЙ ДИССИПАЦИЕЙ НА КАСАТЕЛЬНОМ РАССЛОЕНИИ ДВУМЕРНОГО МНОГООБРАЗИЯ

М. В. Шамолин (Москва, Россия)

Сначала в работе рассматриваются уравнения геодезических на касательном расслоении гладкого двумерного многообразия. В дальнейшем вводятся дополнительные члены, превращающие рассматриваемые системы в неконсервативные [1, 2, 3]. При этом при некоторых условиях они обладают полным набором трансцендентных первых интегралов, выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций [4, 5].

В качестве примера изучим риманово многообразие M^2 с координатами (α, β) и аффинной связностью $\Gamma^i_{jk}(\alpha,\beta)$ и уравнения геодезических линий на касательном расслоении $T_*M^2\{\dot\alpha,\dot\beta;\alpha,\beta\}$. Замену координат касательного пространства $\dot\alpha = R_1 z_1 + R_2 z_2$, $\dot\beta = R_3 z_1 + R_4 z_2$, при этом $R_k, k = 1,\ldots,4$, — функции от α,β, назовем новыми кинематическими соотношениями. Интересен достаточно общий случай задания таких соотношений в виде $\dot\alpha = -z_2$, $\dot\beta = z_1 f(\alpha)$, где $f(\alpha)$ — гладкая функция. Если для простоты выполнены свойства $\Gamma^\alpha_{\alpha\alpha}(\alpha,\beta) \equiv \Gamma^\alpha_{\alpha\beta}(\alpha,\beta) \equiv \Gamma^\beta_{\alpha\alpha}(\alpha,\beta) \equiv \Gamma^\beta_{\beta\beta}(\alpha,\beta) \equiv 0$, то система, эквивалентная уравнениям геодезических, примет вид

$$\dot\alpha = -z_2,\ \dot z_2 = \Gamma^\alpha_{\beta\beta}(\alpha,\beta) f^2(\alpha) z_1^2,\ \dot z_1 = \left[2\Gamma^\beta_{\alpha\beta}(\alpha,\beta) + \frac{d\ln|f(\alpha)|}{d\alpha}\right] z_1 z_2,\ \dot\beta = z_1 f(\alpha). \tag{1}$$

Предложение. *Если всюду справедливы равенства*

$$\Gamma^\alpha_{\beta\beta}(\alpha,\beta) f^2(\alpha) + 2\Gamma^\beta_{\alpha\beta}(\alpha,\beta) + \frac{d\ln|f(\alpha)|}{d\alpha} \equiv 0,\ \Gamma^\beta_{\alpha\beta}(\alpha,\beta) = \Gamma^\beta_{\alpha\beta}(\alpha), \tag{2}$$

то система (1) имеет полный набор гладких первых интегралов следующего вида:

$$\Phi_1(z_2,z_1) = z_1^2 + z_2^2 = C_1,\ \Phi_3(z_2,z_1;\alpha,\beta) = \beta \pm \int_{\alpha_0}^{\alpha} \frac{C_2 f(a)}{\sqrt{C_1^2\Phi_0^2(a) - C_2^2}}\, da = C_3,$$

$$\Phi_2(z_1;\alpha) = z_1\Phi_0(\alpha) = C_2,\ \Phi_0(\alpha) = f(\alpha)\exp\{2\int_{\alpha_0}^{\alpha} \Gamma^\beta_{\alpha\beta}(b)db\}.$$

Несколько модифицируем систему (1). Наличие диссипации разных знаков характеризует коэффициент $bg(\alpha), b > 0$, а наличие потенциального поля — коэффициент $F(\alpha)$:

$$\dot\alpha = -z_2 + bg(\alpha),\ \dot z_2 = F(\alpha) + \Gamma^\alpha_{\beta\beta}(\alpha) f^2(\alpha) z_1^2,\ \dot z_1 = -\Gamma^\alpha_{\beta\beta}(\alpha) f^2(\alpha) z_1 z_2,\ \dot\beta = z_1 f(\alpha). \tag{3}$$

Теорема. *Пусть выполняются свойства (2) и для некоторых $\kappa, \lambda \in \mathbf{R}$ равенства* $\Gamma^\alpha_{\beta\beta}(\alpha) f^2(\alpha) = \kappa \frac{d}{d\alpha}\ln|g(\alpha)|$, $F(\alpha) = \lambda \frac{d}{d\alpha}\frac{g^2(\alpha)}{2}$. *Тогда система (3) обладает тремя независимыми трансцендентными первыми интегралами.*

Работа поддержана РФФИ, проект №15-01-00848.

Литература

1. Шамолин М.В. Динамические системы с переменной диссипацией: подходы, методы, приложения // Фундам. и прикл. матем. 2008. Т. 14, № 3. С. 3—237.

2. Шамолин М.В. Многообразие случаев интегрируемости в динамике маломерного и многомерного твердого тела в неконсервативном поле сил // Итоги науки и техники. Сер. "Современая математика и ее приложения. Тематические обзоры". 2013. Т. 125. М.: ВИНИТИ. С. 5-254.

3. Шамолин М.В. Интегрируемые системы с переменной диссипацией на касательном расслоении к многомерной сфере и приложения // Фундам. и прикл. матем. 2015. Т. 20, № 4. С. 3—231.

4. Шамолин М.В. Многомерный маятник в неконсервативном силовом поле при наличии линейного демпфирования // Доклады РАН, 2016. Т. 470. № 3. С. 288-292.

5. Шамолин М.В. Новые случаи интегрируемости систем с дис-сипацией на касательных расслоениях к двумерной и трехмерной сферам // Доклады РАН, 2016. Т. 471. № 5. С. 547-551.