

Воронежский государственный университет  
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова  
Математический институт им. В. А. Стеклова  
Российской академии наук

# СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ И СМЕЖНЫЕ ПРОБЛЕМЫ

Материалы  
Международной конференции  
Воронежская зимняя математическая школа  
(26 января – 1 февраля 2017 г.)

Воронеж  
Издательский дом ВГУ  
2017

УДК 517.53(97; 98)

ББК 22.16

С56

*Издание осуществлено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту 17-31-10009 мол\_г*

О Р Г К О М И Т Е Т :

Б. С. Кашин (председатель), Д. А. Ендовицкий (сопредседатель), Б. И. Голубов (зам. председателя), В. Н. Попов (зам. председателя), А. Д. Баев (зам. председателя), А. П. Хромов (зам. председателя), А. В. Абанин, А. В. Арутюнов, А. В. Боровских, С. В. Бочкарев, А. В. Глушко, Е. П. Долженко, В. Н. Дубинин, М. И. Дьяченко, В. Г. Звягин, М. И. Каменский, С. В. Конягин, В. А. Костин, Г. А. Курина, Т. П. Лукашенко, С. Р. Насыров, М. С. Никольский, В. И. Овчинников, Е. С. Половинкин, Н. Х. Розов, Ю. И. Сапронов, А. М. Седлецкий, Е. М. Семенов, М. А. Скопина, А. П. Солодов, Ф. А. Сукочев, Ю. Н. Субботин, А. А. Шкаликов, F. Hernandez, С. А. Шабров, М. Ш. Бурлуцкая (ученый секретарь).

**С56 Современные методы теории функций и смежные проблемы** : материалы Международной конференции : Воронежская зимняя математическая школа (26 января – 1 февраля 2017 г.) / Воронежский государственный университет ; Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова ; Математический институт им. В. А. Стеклова РАН. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2017. — 239 с.

ISBN 978-5-9273-2415-6

В сборнике представлены материалы докладов и лекций, включенных в программу Воронежской зимней математической школы, проводимой Воронежским госуниверситетом совместно с Математическим институтом им. В. А. Стеклова РАН и Московским государственным университетом им. М. В. Ломоносова.

Тематика охватывает широкий спектр проблем теории функций, оптимального управления, теории игр, качественной и спектральной теории дифференциальных уравнений, геометрии и анализа, моделирования и других смежных направлений, а также проблем преподавания математики в средних и высших учебных заведениях.

УДК 517.53(97; 98)

ББК 22.16

© Воронежский государственный университет, 2017  
© Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 2017  
ISBN 978-5-9273-2415-6 © Математический институт им. В. А. Стеклова РАН, 2017  
© Оформление. Издательский дом ВГУ, 2017

**Теорема 2.** Система  $\{y_{1n}(x)\} \cup \{y_{2n}(x)\}$  и биортогональная ей система  $\{z_{1n}(x)\} \cup \{z_{2n}(x)\}$  собственных функций сопряженного оператора полны в пространстве вектор-функций с компонентами из  $L_2[0, 1]$ .

#### Литература

1. Бурлуцкая М. Ш. Явное решение одной смешанной задачи с инволюцией на графе / М. Ш. Бурлуцкая // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. : Физика, математика. — 2014. — № 3. — С. 79–88.

## НОВЫЕ СЛУЧАИ ИНТЕГРИРУЕМОСТИ СИСТЕМ С ДИССИПАЦИЕЙ НА КАСАТЕЛЬНЫХ РАССЛОЕНИЯХ К ДВУМЕРНЫМ МНОГООБРАЗИЯМ<sup>1</sup>

М.В. Шамолин (Москва)

*shamolin@rambler.ru*

Во многих задачах многомерной динамики возникают механические системы с пространствами положений — двумерными многообразиями. Фазовыми пространствами таких систем становятся касательные расслоения к ним. Так, например, изучение пространственного (трехмерного) маятника на сферическом шарнире приводит к динамической системе на касательном расслоении к двумерной сфере. При этом динамические системы, описывающие движение такого маятника, обладают знакопеременной диссипацией, и полный список первых интегралов состоит из трансцендентных функций [1, 2]. В работе показана интегрируемость двух классов динамических систем на касательных расслоениях к многообразиям размерности 2. При этом силовые поля обладают так называемой переменной диссипацией с нулевым средним [2, 3] и обобщают ранее рассмотренные. Первый класс систем соответствует системам, порожденным динамикой многомерного твердого тела. Второй класс систем описывает динамику точки на сфере конечной размерности также в неконсервативном поле сил.

#### Литература

1. Шамолин М. В. Методы анализа динамических систем с переменной диссипацией в динамике твердого тела / М. В. Шамолин. — М. : Экзамен, 2007. — 352 с.

2. Шамолин М. В. Динамические системы с переменной диссипацией: подходы, методы, приложения / М. В. Шамолин // Фундамент. и прикл. матем. — 2008. — Т. 14, вып. 3. — С. 3–237.

3. Шамолин М. В. Многообразие случаев интегрируемости в динамике маломерного и многомерного твердого тела в неконсервативном

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-01-00848).

© Шамолин М.В., 2017

## О ПРОДОЛЖЕНИИ ВДОЛЬ КРИВЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Н.А. Шананин (Москва)

*nashaninin@inbox.ru*

Пусть  $\Omega$  - открытое множество в пространстве  $\mathcal{R}^n$ ,

$$Pu = \sum_{|\alpha| \leq m} a_\alpha D^\alpha u, \quad D_j = \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x_j},$$

- линейный дифференциальный оператор с постоянными комплексными коэффициентами, определенный в  $\Omega$ ,  $P_m(\xi) = \sum_{|\alpha|=m} a_\alpha \xi^\alpha$  - его главный символ,  $\text{Char}_P = \{\xi \mid P_m(\xi) = 0\}$  - его множество характеристических векторов и

$$\mathcal{L}_{P,x} = \{\tau \in T_x(\mathcal{R}^n) \mid \langle \tau, \xi \rangle = 0, \forall \xi \in \text{Char}_P\}$$

- подпространство в касательном пространстве  $T_x(\mathcal{R}^n)$  в точке  $x$ ,  $\mathcal{L}_P$  - соответствующая дифференциальная система. Говорят, что ростки двух обобщенных функций  $u^1(x)$  и  $u^2(x) \in \mathcal{D}'(\Omega)$  равны в точке  $x$ , и пишут  $u_x^1 \cong u_x^2$ , если существует открытая окрестность этой точки, в которой  $u^1(x) = u^2(x)$ . Пусть  $\Gamma$  - непрерывная кривая в  $\Omega$ . Будем говорить, что ростки решений уравнения  $Pu = f$  однозначно продолжаются вдоль  $\Gamma$ , если для любых двух функций  $u^1(x)$  и  $u^2(x) \in \mathcal{D}'(\Omega)$ , удовлетворяющих равенству  $Pu_x^1 \cong Pu_x^2$  при всех  $x \in \Gamma$ , из равенства  $u_{x^0}^1 \cong u_{x^0}^2$  выполненного в некоторой точке  $x^0 \in \Gamma$  следует, что  $u_x^1 \cong u_x^2$  при всех  $x \in \Gamma$ .

**Теорема 1.** *Для того чтобы ростки обобщенных решений уравнения  $Pu = f$  однозначно продолжались вдоль кривой  $\Gamma$  необходимо и достаточно, чтобы кривая  $\Gamma$  содержалась в одном из интегральных многообразий дифференциальной системы  $\mathcal{L}_P$ .*