

Крымский федеральный университет имени В. И. Вернадского

Институт проблем управления РАН



**Международная конференция**

**МЕТОД  
ФУНКЦИЙ ЛЯПУНОВА  
И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ  
MFL - 2016**

Крым, Алушта, 15-18 сент ября 2016 г.

**Тезисы докладов**

Симферополь  
2016

УДК 517.9+539.3+519.6  
ББК 22.236.3  
Д 37

Международная конференция «Метод функций Ляпунова и его приложения» : тез. докл. ; Алушта, 15-18 сентября 2016 г. / Крымский федеральный ун-т им. В. И. Вернадского ; отв. ред. О. В. Анашкин. - Симферополь, 2016.- 61 с.

**Научный комитет:**

С. Н. Васильев (Москва, председатель),  
О. В. Анашкин (Симферополь),  
А. С. Андреев (Ульяновск),  
Ю. Н. Бибииков (Санкт-Петербург),  
В. З. Гринес (Нижний Новгород),  
Й. Диблик (Brno, Czech Republic),  
А. П. Иванов (Москва),  
Б. С. Калитин (Минск),  
А. В. Карапетян (Москва),  
А. А. Косов (Иркутск),  
А. И. Маликов (Казань),  
В. Н. Тхай (Москва),  
Р. Г. Мухарлямов (Москва),  
Г. С. Осипенко (Севастополь),  
М. М. Хапаев (Москва),  
Л. Хатвани (Szeged, Hungary).

Д 37

**Оргкомитет:**

О. В. Анашкин - председатель,  
Е. П. Белан, В. А. Лукьяненко, О. В. Митько, Ю. А. Хазова (Симферополь)

В настоящем сборнике в авторской редакции опубликованы материалы, представленные в Оргкомитет Международной конференции MFL-2016. Тезисы докладов охватывают широкий круг проблем второго метода Ляпунова и его приложений к задачам устойчивости, механики, оптимального управления, экономики и смежным вопросам. В сборник также включено несколько разноплановых докладов.

© Крымский федеральный университет,  
составление, 2016

движениям сопоставлены их аналоги в задаче о движении волчка Ковалевской в поле силы тяжести.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 16-07-00201).

Литература. [1] Богоявленский, О. И. Два интегрируемых случая динамики твердого тела в силовом поле. ДАН СССР, **275**, №6 (1984), 1359-1363. [2] Сарычев, В. А. Гутник, С. А. Динамика осесимметричного спутника под действием гравитационного и аэродинамического моментов. Космические исследования, **50**, №5 (2012), 394-402. [3] Bobenko, A. I., Reyman, A. G., Semenov-Tian-Shansky, M. A. The Kowalewski Top 99 Years Later: A Lax Pair, Generalizations and Explicit Solutions. Commun. Math. Phys., №122 (1989), 321-354. [4] Иртегов, В. Д., Титоренко, Т. Н. Об инвариантных многообразиях систем с первыми интегралами. Прикладная математика и механика. **73**, №4 (2009), 531-537.

## ТРАНСЦЕНДЕНТНЫЕ ПЕРВЫЕ ИНТЕГРАЛЫ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПЕРЕМЕННОЙ ДИССИПАЦИЕЙ

М. В. Шамолин

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

*shamolin@rambler.ru, shamolin@imec.msu.ru*

Москва, РОССИЯ

В классической механике, как известно, первые интегралы случаев полной интегрируемости, как правило, представляют собой функции, полиномиальные по обобщенным скоростям с коэффициентами, зависящими от позиционных переменных (интегралы энергии, проекции моментов и т.д.). Все это происходит по причине консервативности рассматриваемых систем, при этом законы сохранения имеют известный физический смысл. В случае неконсервативных систем само нахождение полного набора первых интегралов уже представляет собой нетривиальную задачу. Более того, найденные первые интегралы перестают быть не только аналитическими функциями, но и вообще непрерывными функциями во всем фазовом пространстве [1].

В общем случае построить какую-либо теорию интегрирования неконсервативных систем (хотя бы и невысокой размерности) довольно затруднительно. Но в ряде случаев, когда исследуемые системы обладают дополнительными симметриями, удается найти первые интегралы через конечные комбинации элементарных функций.

Получены новые случаи интегрируемости неконсервативных динамических систем, обладающих нетривиальными симметриями. При этом почти во всех случаях интегрируемости каждый из первых интегралов выражается через конечную комбинацию элементарных функций, являясь одновременно трансцендентной функцией своих переменных. Трансцендентность в данном случае понимается в смысле комплексного анализа, когда после продолжения данных функций в комплексную область у них имеются существенно особые точки. Последний факт обуславливается наличием в системе притягивающих и отталкивающих предельных множеств (как, например, притягивающих и отталкивающих фокусов или узлов, предельных циклов).

Во многих задачах и многомерной динамики возникают механические системы, пространствами положений которых являются сферы конечной размерности. Фазовыми пространствами таких систем становятся касательные расслоения к таким сферам. Так, например, физический маятник на цилиндрическом шарнире в плоскопараллельном силовом поле может быть рассмотрен на своем фазовом цилиндре, а изучение пространственного (трехмерного) маятника на сферическом шарнире приводит к динамической системе на касательном расслоении к двумерной сфере. Рассматриваемые ранее автором задачи из динамики  $n$ -мерного твердого тела в неконсервативном силовом поле породили системы на касательном расслоении к

$(n-1)$ -мерной сфере. Показано, что все рассматриваемые автором системы обладают полным набором трансцендентных первых интегралов [2].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 15-01-00848-а).

Литература. [1] Шамолин, М. В. Методы анализа динамических систем с переменной диссипацией в динамике твердого тела. М.: Экзамен, 2007. [2] Шамолин, М. В. Многообразие случаев интегрируемости в динамике маломерного и многомерного твердого тела в неконсервативном поле сил. Итоги науки и техники. Сер. "Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры", **125**, (2013), 5–254.

## КОЛЕБАНИЯ ПРОВОДОВ РАСЩЕПЛЁННОЙ ФАЗЫ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ

**В. И. Ванько**

Московский государственный технический университет им. НЭБаумана

*vvanko@mail.ru*

Москва, РОССИЯ

Развитие электроэнергетики в XX столетии обусловило необходимость сооружения линий электропередачи сверхвысоких напряжений (ЛЭП СВН). На таких ЛЭП каждая из трёх токопроводящих фаз (рассматриваем линии переменного тока) монтируется в виде пучка проводов, взаимные положения которых в пространстве фиксируются с помощью стержневых конструкций — распорок, расставленных в пролёте на определённых расстояниях друг от друга (для предотвращения схлёстывания проводов фазы). В шарнирные соединения стержней распорки включаются вязкоупругие элементы, демпфирующие колебания, возникающие на участках между распорками (в подпролётах).

Описанная выше система «провода–распорки» есть расщеплённая фаза.

На основании принципа Даламбера–Лагранжа выводится система уравнений движения фазы в целом как некоторой нити, сопротивляющейся растяжению и кручению, и естественные краевые условия. Дается качественный анализ движения расщеплённой фазы в зависимости от конфигурации последней и внешних воздействий [1].

Выводится условие неустойчивости по Ляпунову положений равновесия аэродинамического профиля [2], которое в дальнейшем обобщается на систему круговых профилей, имитирующую поперечное сечение расщеплённой фазы. Адекватность гипотез, положенных в основу математической модели, подтверждена экспериментом, выполненном в ЦАГИ имени Н.Е.Жуковского [3].

Решается задача об оптимизации конструкции расщеплённой фазы: если известны механические свойства проводов и распорок (модули упругости и коэффициенты вязкости демпфирующих элементов), требуемое количество распорок в пролёте ЛЭП, то, как нужно выбрать длины подпролётов (т.е. расставить распорки в пролёте), чтобы мера демпфирующей способности системы провода ? распорки была бы максимальной. Полученное решение сравнивается с известными данными зарубежных строительных фирм [4]. Разработанная методика вычисления аэродинамических характеристик используется для анализа больших колебаний (пляска или галомирование) обледенелого профиля провода ЛЭП. Впервые показано, что пляска проводов ЛЭП есть неустойчивость по Ляпунову положений равновесия плохообтекаемого профиля в воздушном потоке [5]. Даны практические рекомендации по выбору конструкции расщеплённой фазы ЛЭП [6].

Литература. [1] В.И.Ванько. Колебания расщеплённой фазы проводов ЛЭП. Изв. вузов. Энергетика 2 (1991) 11-16. [2] В.И.Ванько. Математическая модель пляски провода ЛЭП. Изв. вузов. Энергетика 11 (1991) 36-42. [3] В.И. Ванько, Е.В. Соловьёва, В.В. Феоктистов. Аэродинамические характеристики расщеплённых проводов для воздушных ЛЭП Изв. РАН. Энергетика 4 (1994) 104-112.