Воронежский государственный университет
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Математический институт им. В. А. Стеклова
Российской академии наук
Российский университет дружбы народов

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

Материалы
Международной конференции
Воронежская весенняя математическая школа
ПОНТРЯГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ — XXVII
(3–9 мая 2016 г.)

Воронеж
Издательский дом ВГУ
2016

УДК 517.53(97; 98)
ББК 22.16
С56

Издание осуществлено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту 16–31–10108 мол_г

С56 **Современные методы теории краевых задач** : материалы международной конференции : Воронежская весенняя математическая школа «Понтрягинские чтения — XXVII» (3–9 мая 2016 г.) / Воронежский государственный университет ; Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова ; Математический институт им. В. А. Стеклова РАН ; Российский университет дружбы народов. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2016. — 309 с.

ISBN 978-5-9273-2305–0

В сборнике представлены материалы докладов и лекций, включенных в программу Воронежской весенней математической школы. Тематика охватывает широкий спектр проблем качественной и спектральной теории дифференциальных уравнений, геометрии и анализа, моделирования, оптимального управления, теории игр и других смежных направлений, преподавания математики.

УДК 517.53(97; 98)
ББК 22.16

ISBN 978-5-9273-2305–0

бров // Успехи математических наук. — 2008. — Т. 63, № 1. — С. 111–154.

4. Шабров С.А. О функции Грина некоторых негладких задач: качественные методы в теории краевых задач / С.А. Шабров, Ф.В. Голованева. — Саарбрюккен, 2011.

5. Голованева Ф.В. О функции Грина сильно сингулярной консоли / Ф.В. Голованева. — Деп. 08.06.2007, № 611–В2007.

6. Давыдова М.Б. О нелинейных теоремах сравнения для дифференциальных уравнений второго порядка с производными Радона-Никодима / М.Б. Давыдова, С.А. Шабров // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. : Физика, математика. — 2013. — № 1. — С. 155–160.

7. Дифференциал Стилтьеса в импульсных задачах с разрывными решениями / М.Б. Давыдова, Ю.В. Покорный, М.Б. Зверева, С.А. Шабров // Доклады Академии наук. — 2009. — Т. 428, № 5. — С. 595–597.

8. Баев А.Д. О единственности решения математической модели вынужденных колебаний струны с особенностями / А.Д. Баев, С.А. Шабров, Меач Мон // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. : Физика, математика. — 2014. — № 1. — С. 50–55.

9. О единственности классического решения математической модели вынужденных колебаний стержневой системы с особенностями / А.Д. Баев, С.А. Шабров, Ф.В. Голованёва, Меач Мон // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. : Физика, математика. — 2014. — № 2. — С. 74–80.

ТРАНСЦЕНДЕНТНЫЕ ПЕРВЫЕ ИНТЕГРАЛЫ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ДИССИПАЦИЕЙ[1]

М.В. Шамолин (Москва)

shamolin@rambler.ru

Рассматриваются задачи многомерной динамики, где возникают механические системы, пространством положений которых является сфера конечной размерности, а фазовым пространством таких систем становится касательное расслоение к данной сфере. Изучаются вопросы наличия трансцендентных первых интегралов для некоторых классов систем с симметриями. При этом получены достаточные условия наличия в неавтономных однородных системах

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-01-00848-а).

первых интегралов, являющихся трансцендентными функциями, как в смысле теории элементарных функций, так и в смысле комплексного анализа, и выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций.

Работа представляет собой развитие результатов по интегрированию динамической части уравнений движения трехмерного твердого тела, находящегося в некотором поле сил, построенном при условии квазистационарного взаимодействия твердого тела со средой [1, 2]. Отметим также ряд работ автора по интегрированию аналогичных уравнений движения двумерного и четырехмерного твердого тела [1, 3, 4, 5], находящегося в неконсервативном поле сил.

В общем случае построить какую-либо теорию интегрирования неконсервативных систем (хотя бы и невысокой размерности) довольно затруднительно. Но в ряде случаев, когда исследуемые системы обладают дополнительными симметриями, удается найти первые интегралы через конечные комбинации элементарных функций.

Получены новые случаи интегрируемости неконсервативных динамических систем, обладающих нетривиальными симметриями. При этом почти во всех случаях интегрируемости каждый из первых интегралов выражается через конечную комбинацию элементарных функций, являясь одновременно трансцендентной функцией своих переменных. Трансцендентность в данном случае понимается в смысле комплексного анализа, когда после продолжения данных функций в комплексную область у них имеются существенно особые точки. Последний факт обуславливается наличием в системе притягивающих и отталкивающих предельных множеств (как, например, притягивающих и отталкивающих фокусов или узлов, предельных циклов).

Литература

1. Самсонов В.А. К задаче о движении тела в сопротивляющейся среде / В.А. Самсонов, М.В. Шамолин // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика. Механика. — 1989. — № 3. — С. 51–54.

2. Шамолин М.В. Методы анализа динамических систем с переменной диссипацией в динамике твердого тела / М.В. Шамолин. — М. : Изд–во Экзамен, 2007. — 352 с.

3. Шамолин М.В. Многообразие случаев интегрируемости в динамике маломерного и многомерного твердого тела в неконсервативном поле сил / М.В. Шамолин // Итоги науки и техники. Сер. :

Современая математика и ее приложения. Тематические обзоры. Т. 125. — М. : ВИНИТИ, 2013. — С. 5–254.

4. Шамолин М.В. Новый случай полной интегрируемости уравнений динамики на касательном расслоении к трехмерной сфере / М.В. Шамолин // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика. Механика. — 2015. — № 3. — С. 11–14.

5. Шамолин М.В. Многомерный маятник в неконсервативном силовом поле / М.В. Шамолин // Доклады РАН. — 2015. — Т. 460. — № 2. — С. 165–169.

О ПРОДОЛЖЕНИИ СИММЕТРИЙНОЙ ИНВАРИАНТНОСТИ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА

Н.А. Шананин (Москва)

nashananin@inbox.ru

Пусть $(v_1(t,x),\dots,v_n(t,x),p(t,x)) \in C^\infty$ — решение системы

$$\left\{\begin{array}{lcl} \partial_t v_l + \sum_{j=1}^n v_j \partial_{x_j} v_l - \nu\triangle v_l + \partial_{x_l} p & = & f_l(t,x,v) + a_l(t,x)p, \\ & & l = 1,2,\dots,n, \\ \sum_{j=1}^n \partial_{x_j} v_j = g(t,x), & & (t,x) \in \Omega \end{array}\right. \tag{1}$$

где Ω — открытое множество в R^{n+1}, $\triangle = \sum_{j=1}^n (\partial_{x_j})^2$ — оператор Лапласа, $\nu > 0$, $f_l \in C^\infty(\Omega \times R^n)$, $a_l \in C^\infty(\Omega)$.

Пусть G — группа Ли симметрий системы (1). Говорят, что решение (v,p) G — *инвариантно в точке* (t^0,x^0), если существуют такие открытые окрестности U точки (t^0,x^0) и V единицы группы, что $(g \circ u)(t,x) = u(t,x)$ для всех $(t,x) \in U$ и $g \in V$. Обозначим через V_{sym} подмножество точек, решение инвариантно.

Теорема. *Если* $(t^0,x^0) \in V_{\mathrm{sym}}$, *то вся связная компонента слоя* $\{t = t^0\} \cap \Omega$, *содержащая* (t^0,x^0), *содержится в* V_{sym}.

Аналог утверждения теоремы справедлив для дискретных групп симметрий. Кроме того, утверждение обобщается на негладкие решения системы (1) с негладкими f_l и a_l.