

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет»

# ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Тезисы докладов Всероссийской конференции  
с международным участием  
«Теория управления и математическое моделирование»,  
посвященной памяти  
профессора Н.В. Азбелева и профессора Е.Л. Тонкова

Ижевск, Россия  
9–11 июня 2015 г.



Ижевск  
2015

УДК 517.9 (О63)

ББК 22.161.6я431, 22.161.8я431, 22.19я431, 22.181я431

Т338

*Конференция проводится при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №15-01-20310-Г) и партии «Справедливая Россия»*

Редакционная коллегия

А. С. Банников, В. А. Зайцев, Н. Н. Петров, С. Н. Попова, Л. И. Родина

Т338 Теория управления и математическое моделирование: Тезисы докладов Всероссийской конференции с международным участием, посвященной памяти профессора Н. В. Азбелева и профессора Е. Л. Тонкова (Ижевск, Россия, 9–11 июня 2015 г.). — Ижевск: Изд-во «Удмуртский университет», 2015. — 340 с.

**ISBN 978–5–4312–0345–9**

В сборнике анонсируются результаты исследований по теории дифференциальных уравнений, математической теории управления, математическому моделированию, общей топологии. Представлены следующие научные направления: теория устойчивости, теория управления, функционально-дифференциальные уравнения, управление динамическими системами в условиях конфликта и неопределенности, задачи оценивания и идентификации в динамических системах, обратные задачи, краевые задачи, численные алгоритмы решения задач оптимального управления, краевых задач, математическое моделирование в механике сплошной среды, математическое моделирование в механике жидкости и газа, математическое моделирование в экономике, общая топология.

УДК 517.9

ББК 22.161.6, 22.161.8, 22.19

**ISBN 978–5–4312–0345–9**

© ФГБОУ ВПО «Удмуртский  
государственный университет», 2015

# Интегрируемые динамические системы с переменной диссипацией на касательном расслоении к конечномерной сфере

М. В. Шамолин

*Москва, Институт механики МГУ им. М. В. Ломоносова*

e-mail: shamolin@rambler.ru, shamolin@imec.msu.ru

Результаты предлагаемой работы являются развитием предыдущих исследований, в том числе и некоторой прикладной задачи из динамики твердого тела, где были получены полные списки трансцендентных первых интегралов, выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций [1, 2].

Как известно, понятие интегрируемости, вообще говоря, достаточно расплывчатое. При его построении необходимо учитывать в каком смысле оно понимается (имеется в виду некий критерий, по которому делается вывод о том, что траектории рассматриваемой динамической системы устроены особенно «привлекательно и просто»), в классе каких функций ищутся первые интегралы и т. д.

В данной работе принимается такой подход, который учитывает в качестве класса функций как первых интегралов трансцендентные функции, причем элементарные. Здесь трансцендентность понимается не в смысле теории элементарных функций (например тригонометрических), а в смысле наличия у них существенно особых точек (в силу классификации, принятой в теории функций комплексного переменного, когда функция имеет существенно особые точки) [3].

В [1] уже была показана полная интегрируемость уравнений плоскопараллельного движения тела в сопротивляющейся среде в условиях струйного обтекания, когда у системы динамических уравнений существует первый интеграл, являющийся трансцендентной (в смысле теории функций комплексного переменного, имеющей существенно особые точки) функцией квазискоростей. Тогда предполагалось, что все взаимодействие среды с телом сосредоточено на той части поверхности тела, которая имеет форму (одномерной) пластины. Позднее [2, 3] плоская задача была обобщена на пространственный (трехмерный) случай, при этом у системы динамических уравнений существует полный набор трансцендентных первых интегралов. Здесь уже предполагалось, что все взаимодействие среды с телом сосредоточено на той части поверхности тела, которая имеет форму плоского (двумерного) диска.

Далее [4] была исследована динамическая часть уравнений движения различных динамически симметричных четырехмерных твердых тел, где силовое поле сосредоточено на той части поверхности тела, которая имеет форму двумерного (трехмерного) диска, при этом силовое воздействие сосредоточено на двумерной плоскости (одномерной прямой), перпендикулярной данному диску [4, 5].

В данной работе результаты относятся к случаю, когда все взаимодействие среды с телом сосредоточено на той части поверхности тела, которая имеет форму  $(n - 1)$ -мерного диска, при этом силовое воздействие сосредоточено в направлении, которое перпендикулярно данному диску. Данные результаты систематизируются и подаются в инвариантном виде. При этом вводится дополнительная зависимость момента неконсервативной силы от угловой скорости. Данная зависимость как раз и распространена со случаев движения в пространствах меньшей размерности.

Работа поддержана РФФИ, проект №12-01-00020.

1. Шамолин М.В. Методы анализа динамических систем с переменной диссипацией в динамике твердого тела. М.: Изд-во «Экзамен», 2007.
2. Шамолин М.В. Динамические системы с переменной диссипацией: подходы, методы, приложения // Фундам. и прикл. матем. 2008. Т. 14. № 3. С. 3–237.
3. Трофимов В.В., Шамолин М.В. Геометрические и динамические инварианты интегрируемых гамильтоновых и диссипативных систем // Фундам. и прикл. матем. 2010. Т. 16. № 4. С. 3–229.
4. Шамолин М.В. Интегрируемость по Якоби в задаче о движении четырехмерного твердого тела в сопротивляющейся среде // Доклады РАН. 2000. Т. 375. № 3. С. 343–346.
5. Шамолин М.В. Многообразие случаев интегрируемости в динамике маломерного и многомерного твердого тела в неконсервативном поле сил // Итоги науки и техники. Сер. «Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры». 2013. Т. 125. М.: ВИНТИ. С. 3–251.