Воронежский государственный университет
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Математический институт им. В. А. Стеклова РАН
Российский университет дружбы народов

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

МАТЕРИАЛЫ

Воронежской весенней математической школы «Понтрягинские чтения — XXIV»

Воронеж – 2013

УДК 517.94 (92; 054, 97)

Издание осуществлено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту 13-01-06805-г

Современные методы теории краевых задач: Материалы Воронежской весенней математической школы «Понтрягинские чтения–XXIV». – Воронеж: ВГУ, 2013. 246 с.

В сборнике представлены материалы докладов и лекций, включенных в программу Воронежской весенней математической школы, проводимой Воронежским госуниверситетом совместно с Математическим институтом им. В. А. Стеклова РАН, Московским государственным университетом и Российским университетом дружбы народов.

Тематика охватывает широкий спектр проблем качественной и спектральной теории дифференциальных уравнений, геометрии и анализа, моделирования, оптимального управления, теории игр и других смежных направлений, а также проблем преподавания математики в средних и высших учебных заведениях.

ISBN

Владимир Александрович Ильин

2 мая 2013 года исполнилось 85 лет выдающемуся математику и блестящему педагогу, академику РАН Владимиру Александровичу Ильину.

Владимир Александрович Ильин родился в городе Козельске Калужской области.

В 1936 году Владимир Александрович поступил в Москве сразу во второй класс средней школы № 345. В 1945 году с золотой медалью окончил московскую среднюю школу № 273. В том же году поступил и в 1950 году с отличием окончил физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова по кафедре математики.

В 1950-1953 годах обучался в аспирантуре физического факультета МГУ по специальности "математическая физика". Кандидат физико-математических наук (1953), тема диссертации: "Дифракция электромагнитных волн на некоторых неоднородностях" (научный руководитель А.Н. Тихонов). Доктор физико-математических наук (1958), тема диссертации: "О сходимости разложений по собственным функциям оператора Лапласа". Ученое звание - профессор (1960).

Член-корреспондент АН СССР (1987), академик АН СССР (1990), действительный член РАН (1991). Академик Международной академии наук высшей школы (1996). Награжден орденами Трудового Красного Знамени (1980), Дружбы Народов (1988), Почёта (1998), "За заслуги перед Отечеством" IV степени (2004), "За заслуги перед Отечеством" III степени (2012). Лауреат Государственной премии СССР (1977, 1980), лауреат премии Президента РФ в области образования (2004), лауреат двух Ломоносовских премий МГУ (за научную работу — 1980, за педагогическую работу — 1992), лауреат премии Министерства высшего и среднего специального образования СССР "За лучшую научную работу" (1988). Заслуженный профессор МГУ (1993).

С момента окончания аспирантуры и по настоящее время основным местом работы Владимира Александровича является Московский государственный университет. Он работал сначала на кафедре математики физического факультета в должностях: ассистента (1953-1957), доцента (1957-1959), профессора (1959-1970). С 1970 года — профессор, а затем (с 1974) — заведующий кафедрой общей математики факультета вычислительной математики и кибернетики. С 1973 года и по настоящее время по совместительству — главный научный сотрудник отдела теории функций Математического института РАН им. В.А. Стеклова. В.А. Ильин — главный редактор ежемесячного математического журнала РАН "Дифференциальные уравнения", заместитель главного редактора журнала РАН "Доклады Академии Наук". Член комиссии по присуждению Государственных Премий Российской Федерации, член научно-методического совета по математике при Министерстве Образования РФ. В течение ряда лет являлся председателем экспертного Совета ВАК.

Область научных интересов: математическая физика, теория дифференциальных уравнений, спектральная теория дифференциальных операторов, информатика и математическое моделирование. В.А. Ильин установил разрешимость смешанной задачи для гиперболического уравнения в произвольном нормальном цилиндре. Получил точные условия разрешимости краевых и смешанных задач для уравнений в частных производных второго порядка с разрывными коэффициентами. Для произвольных самосопряженных расширений эллиптических операторов в произвольных (не обязательно ограниченных) областях и с любыми спектрами установил окончательные в каждом из классов функций Никольского, Соболева-Лиувилля, Бесова и Зигмунда-Гельдера условия равномерной сходимости как самих спектральных разложений, так и их средних Рисса. Эти условия явились новыми и окончательными и для разложений в кратный интеграл Фурье и в кратный тригонометрический ряд Фурье. Для несамосопряженных обыкновенных дифференциальных операторов L любого порядка получил конструктивные необходимые и достаточные условия базисности систем собственных и присоединенных функций и конструктивные необходимые и достаточные условия для того, чтобы разложение произвольной функции из класса L_p равномерно на любом компакте основного интервала равносходилось с разложением той же функции в обычный тригонометрический ряд Фурье. Доказал, что эти же условия являются необходимыми и достаточными для существования полной системы интегралов движения у нелинейной эволюционной системы, порождаемой $(L - A)$ представлением П. Лакса. Для оператора Шредингера с матричным потенциалом установил справедливость покомпонентного принципа локализации. Для самосопряженного расширения на всей прямой $\mathbb{R}$ оператора Шредингера с сингулярным потенциалом, удовлетворяющим лишь так называемому условию Като, установил факт равномерной на всей прямой R равносходимости спектрального разложения произвольной функции из класса $L_p(R)$ с разложением той же функции в интеграл Фурье. В последние несколько лет нашел явные аналитические выражения для граничных управлений, переводящих за различные промежутки времени процесс, описываемый гиперболическим уравнением, из произвольного начального состояния в произвольно заданное финальное состояние (результаты отнесены к числу лучших достижений РАН за 2001 год).

Владимир Александрович подготовил 27 докторов и свыше 90 кандидатов физико-математических наук. За время педагогической деятельности В.А. Ильиным прочитано множество лекционных курсов. В.А. Ильин — автор ряда широко известных учебников. Признан лучшим лектором МГУ в 2000 году. В.А. Ильин является автором более 300 научных публикаций.

Все знают и любят Владимира Александровича как замечательного, чуткого, необыкновенно образованного человека, интересного и остроумного собеседника, обладающего удивительной памятью и тонким вкусом, способного часами читать наизусть стихи, в том числе собственного сочинения, и, конечно же, бесконечно влюбленного в математику.

4. *Баскаков А.Г.* Линейные отношения как генераторы полугрупп операторов. Матем. заметки, 2008.- Т.84.- №2.- С. 175-192.

НЕКОТОРЫЕ СЛУЧАИ ИНТЕГРИРУЕМОСТИ В ДИНАМИКЕ НА КАСАТЕЛЬНОМ РАССЛОЕНИИ К ТРЕХМЕРНОЙ СФЕРЕ[1]

Шамолин М.В. (Москва)

shamolin@imec.msu.ru

Исследуются уравнения движения динамически симметричного четырехмерного ($4D-$) твердого тела, находящегося в некотором неконсервативном поле сил. Его вид заимствован из динамики реальных трехмерных ($3D-$) твердых тел, находящихся в поле сил сопротивления, когда, например, в системе присутствует неконсервативная пара сил, заставляющая центр масс тела двигаться прямолинейно и равномерно [1, 2]. При этом отмечаются случаи интегрируемости в задаче о движении тела в неконсервативном поле при наличии некоторой следящей силы.

Тензор инерции четырехмерного твердого тела представляется в виде

$$\mathrm{diag}\{I_1, I_2, I_2, I_2\}.$$

Введен в рассмотрение новый класс динамических систем, имеющих периодическую координату. Благодаря наличию в таких системах нетривиальных групп симметрий, показано, что рассматриваемые системы обладают переменной диссипацией с нулевым средним, означающей, что в среднем за период по имеющейся периодической координате диссипация в системе равна нулю, хотя в разных областях фазового пространства в системе может присутствовать как подкачка энергии, так и ее рассеяние. Обнаружен ряд случаев полной интегрируемости уравнений движения в трансцендентных функциях и выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций.

Литература

[1] *Шамолин М.В.* Методы анализа динамических систем с переменной диссипацией в динамике твердого тела. – М.: Изд-во "Экзамен 2007. – 352 с.

[2] *Трофимов В.В., Шамолин М.В.* Геометрические и динамические инварианты интегрируемых гамильтоновых и диссипативных

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-01-00020-а)

систем // Фунд. и прикл. матем. – 2010. – Т. 16. – Вып. 4. – С. 3–229.

ПРИБЛИЖЕНИЕ КОНФОРМНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ

Широкова Е.А. (Казань)
Elena.Shirokova@kpfu.ru

Известно несколько методов построения конформного отображения единичного круга на заданную область. В последние годы развивается приближенный метод, связанный с исчерпанием кругами ("circle packing") соответствующей области. Здесь предложен метод построения аналитической функции, осуществляющей приближенное конформное отображение единичного круга на односвязную область с гладкой границей, в виде полинома. Такое приближение отображающей функции полиномами удобно, например, для решения основных задач теории упругости, так как существует алгоритм решения плоских задач для областей, получаемых отображением единичного круга рациональной функцией.

Границу области — замкнутую кривую — естественно задавать в виде ряда Фурье

$$z(t) = x(t) + iy(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{ikt}, t \in [0, 2\pi].$$

Очевидно, что в том случае, когда $c_{-j} = 0$, $\forall j \in \mathbf{N}$, голоморфная функция, отображающая единичный круг на соответствующую область, имеет вид

$$f(\zeta) = \sum_{k=0}^{+\infty} c_k \zeta^k$$

с точностью до вспомогательного внутреннего дробно-линейного отображения единичного круга на себя.

Для случая, когда $\exists j_0 \in \mathbf{N}$ такое, что $c_{-j_0} \neq 0$,строится новая параметризация исходной границы $\theta = \theta(t)$, приводящая к соответствующему разложению Фурье.

Построение новой параметризации сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма второго рода.

Построено несколько примеров, в частности, полином, отображающий единичный круг на область с границей, близкой к эллипсу.