

НОВЫЙ СЛУЧАЙ ИНТЕГРИРУЕМОСТИ В ТРАНСЦЕНДЕНТНЫХ ФУНКЦИЯХ В ДИНАМИКЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕГО СО СРЕДОЙ

М. В. Шамолин

МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

Результаты данной работы появились благодаря исследованию некоторой пространственной задачи о движении твердого тела в среде с сопротивлением [1], в которой пришлось столкнуться с нахождением первых интегралов динамической части уравнений движения, обладающими исключительными свойствами. В работе предъясняется новый случай интегрируемости в задаче о пространственном движении твердого тела при наличии неконсервативного момента сил. При этом при построении неконсервативного силового поля воздействия среды на тело учитывается линейная зависимость данного поля от угловой скорости, несмотря на то, что само ее введение в компоненты такого поля априори не очевидно.

1. Поле силы воздействия среды. Рассмотрим пространственное движение однородного осесимметричного твердого тела массы m с передним круглым торцом в поле силы сопротивления в условиях квазистационарности. Пусть (v, α, β) — сферические координаты скорости центра D диска, $\{\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z\}$ — компоненты угловой скорости тела, I_1, I_2, I_2 — главные моменты инерции в системе координат, связанной с телом (ось Dx совпадает с осью симметрии, оси Dy, Dz — в плоскости диска). Воздействие среды на тело моделируется приложенной в точке N диска нормальной к нему силы \mathbf{S} , проекция которой представляется в виде $S = s(\alpha)v^2$, $v = |v_D|$.

Введем зависимость функций координат точки N от угловой скорости. Для того, чтобы момент имел диссипативный характер, выберем функции y_N, z_N в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ y_N \\ z_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ R(\alpha) \cos \alpha \\ R(\alpha) \sin \alpha \end{pmatrix} - \frac{1}{v} \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_z & \Omega_y \\ \Omega_z & 0 & -\Omega_x \\ -\Omega_y & \Omega_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{pmatrix}.$$

Для описания воздействия среды используется пара функций $(R(\alpha), s(\alpha))$, информация о которых носит качественный характер. В их качестве таких функций выберем функции типа Чаплыгина: $R(\alpha) = A \sin \alpha$, $s(\alpha) = B \cos \alpha$, $A, B > 0$.

2. Наличие следящей силы и динамические уравнения.

Рассмотрим более общую задачу о движении тела, а именно, при наличии дополнительной следящей силы \mathbf{T} , проходящей через ось симметрии и обеспечивающей постоянство скорости центра масс ($\mathbf{T} = -\mathbf{S}$). Тогда динамическая часть уравнений движения приводится к системе, в которой произойдет отделение независимых подсистем более низкого порядка. Действительно, сохраняется продольная составляющая угловой скорости: $\Omega_x \equiv \Omega_{x0} = \text{const}$. Ограничимся далее движением тела без собственного вращения, т.е. когда $\Omega_{x0} = 0$.

3. Динамическая часть уравнений движения и основной результат. Она состоит из пяти уравнений на $v, \alpha, \beta, z_1, z_2$, где $z_1 = \Omega_y \cos \beta + \Omega_z \sin \beta$, $z_2 = -\Omega_y \sin \beta + \Omega_z \cos \beta$.

Динамическая часть уравнений движения обладает *полным набором инвариантных соотношений*: аналитическим соотношением и тремя первыми интегралами, которые являются элементарными трансцендентными функциями (в смысле комплексного анализа) своих фазовых переменных.

Список литературы

1. *Шамолин М.В.* Методы анализа динамических систем с переменной диссипацией в динамике твердого тела. М.: Изд-во "Экзамен", 2007.

NEW CASE OF INTEGRABILITY IN TERMS OF TRANSCENDENTAL FUNCTIONS IN DYNAMICS OF A RIGID BODY INTERACTING WITH A MEDIUM

M. V. Shamolin

M. V. Lomonosov Moscow State University, Russia

The results of the proposed work appeared due to study of a certain spatial problem on a rigid body motion in a resisting medium. It happened to deal with the finding of first integrals of dynamic part of motion equations which possessed the exclusive characteristic. In this activity new case of integrability in spatial problem of the rigid body motion under presence of nonconservative moment is presented. Herewith, during the constructing of nonconservative field of the interaction of a medium to a body the linear dependency on angular velocity is checked. In spite of the fact that that an introduction of components of such field a priori is not obviously.