ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Воронежская зимняя математическая школа С.Г.Крейна — 2010

Тезисы докладов

Воронеж 2010

УДК 517.5 517.9

Напечатано по решению Ученого совета математического факультета

Издано при поддержке гранта РФФИ № 10-01-06000-г

Воронежская зимняя математическая школа С.Г. Крейна - 2010. Тезисы докладов. Воронеж: ВорГУ, 2010 - 175 с.

В сборнике представлены тезисы докладов и лекций, включенных в программу Воронежской зимней математической школы, содержащих новые результаты по функциональному анализу, дифференциальным уравнениям, краевым задачам математической физики и др. разделам современной математики.

Предназначен для научных работников, аспирантов и студентов.

В докладе будут представлены результаты, позволяющие конструктивно исследовать решения таких уравнений с помощью дифференциальных включений, построенных по эволюционным функционально-дифференциальным уравнениям.

Полученные результаты находят свое применения в задачах описания нелинейной динамики поверхностных волн идеальной жидкости (см. [2], [3]).

Литература. 1. Nishida T. A note on a theorem of Nirenberg // J. Differential Geometry. V. 12. 1977. PP. 629–633. 2. Шамин Р.В. Вычислительные эксперименты в моделировании поверхностных волн в океане. — М.: Наука, 2008. 3. R.V. Shamin Dynamics of an Ideal Liquid with a Free Surface in Conformal Variables // Journal of Mathematical Sciences, Vol. 160, No. 5, 2009. P. 537-678.

Интегрируемость и неинтегрируемость в трансцендентных функциях динамических систем

М.В. Шамолин
(Москва, МГУ; shamolin@imec.msu.ru, shamolin@rambler.ru)

Введен в рассмотрение новый класс динамических систем, имеющих периодическую координату. Благодаря наличию в таких системах нетривиальных групп симметрий, показано, что рассматриваемые системы обладают так называемой переменной диссипацией, означающей, что в среднем за период по имеющейся периодической координаты диссипация в системе равна нулю, хотя в разных областях фазового пространства системы может присутствовать как подкачка энергии извне, так и ее рассеяние. На базе полученного материала проанализированы динамические системы, возникающие в плоской и пространственной динамике твердого тела, взаимодействующего со средой. В результате обнаружен целый спектр случаев полной интегрируемости уравнений движения в трансцендентных функциях и выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций. В заключительной части работы получены некоторые обобщения на условия интегрируемости более общих классов неконсервативных динамических систем [1].

Результаты предлагаемой работы появились благодаря исследованию некоторой задачи о движении твердого тела в среде с сопротивлением, где пришлось иметь дело с первыми интегралами, обладающими нестандартными свойствами. А именно, они не были ни аналитическими, ни гладкими, а на некоторых множествах они были даже разрывными. При этом они выражались через конечную комбинацию элементарных функций. Последние обстоятельства, тем не менее, позволили-таки провести полный анализ всех фазовых траекторий и указать на те их свойства, который обладали «грубостью» и сохранялись для систем более общего вида, которые обладали некоторыми нетривиальными симметриями скрытого типа. Поэтому представляет интерес исследование достаточно широких классов динамических систем, обладающих аналогичными свойствами, и при этом взятыми из динамики твердого тела, взаимодействующего со средой [2].

Литература. 1. Шамолин М.В. Методы анализа динамических систем с переменной диссипацией в динамике твердого тела. – М.: "Экзамен", 2007. — 256 с. 2. Шамолин М.В. Динамические системы с переменной диссипацией: подходы, методы, приложения // Фунд. и прикл. мат. – 2008. – Т. 14. – Вып. 3. – С. 3–237.

Классификация конфигураций прямых на проективной плоскости по числу областей

И.Н. Шнурников
(Москва, МГУ; shnurnikov@yandex.ru)

На какое число областей n прямых могут разделить вещественную проективную плоскость? Если все прямые пересекаются в одной точке, то на n областей, если прямые – общего положения, то на $\frac{n(n-1)}{2}+1$ область. Это – наименьшее и наибольшее возможное число областей. Оказывается, однако, что далеко не все промежуточные значения реализуются. Какие же числа из отрезка $[n, \frac{n(n-1)}{2}+1]$ могут служить числом областей разбиения? Б. Грюнбаум в 1972 году сформулировал гипотезу, что все числа из отрезка $[3n-4, 4n-13]$ не реализуются при $n \geqslant 9$. Н. Мартинов доказал гипотезу Б. Грюнбаума и в 1993 году предложил формулу для всех возможных чисел областей разбиения. В.И. Арнольд в 2007 году (не зная о работах своих предшественников) вывел формулу Н. Мартинова и частично ее доказал. Полное решение этой задачи – теорема 3 получено мною с помощью теорем 1 и 2. Обозначим конфигурацию прямых буквой П. Количество прямых и областей конфигурации П обозначим за $n(\Pi)$ и $f(\Pi)$ соответственно. Максимальное число прямых конфигурации П, пересекающихся в одной точке, обозначим за $r(\Pi)$. Равенство $n(\Pi) = r(\Pi)$ означает, что все прямые конфигурации пересекаются в одной точке.

Теорема 1. Для всех конфигураций прямых П, в которых не все прямые пересекаются в одной точке, верно следующее неравенство:

$$f(\Pi) \geqslant 2\left(\frac{n(\Pi)^2 - n(\Pi) + 2r(\Pi)}{r(\Pi)+3}\right).$$

Теорема 2. Для всех конфигураций прямых П, таких что $r(\Pi) \geqslant 5$ и

$$n(\Pi) \geqslant \frac{r(\Pi)(r(\Pi)+1)}{2} + 3,$$

верно следующее неравенство:

$$f(\Pi) \geqslant (r(\Pi)+1)\,(n(\Pi) - r(\Pi))\,.$$

Теорема 3. Конфигурация из n прямых и f областей существует тогда и только тогда, когда существует целое число k, удовлетворяющее неравенствам $0 \leqslant k \leqslant n-2$, такое что

$$(n-k)(k+1) + C_k^2 - min\left\{n-k, C_k^2\right\} \leqslant f \leqslant (n-k)(k+1) + C_k^2.$$