Воронежский государственный университет
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Математический институт им. В. А. Стеклова РАН

# СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

## МАТЕРИАЛЫ

Воронежской весенней математической школы
«Понтрягинские чтения — XIX»

Воронежский государственный университет
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Математический институт им. В. А. Стеклова РАН

# СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

## МАТЕРИАЛЫ

**Воронежской весенней математической школы
«Понтрягинские чтения — XIX»**

УДК 517.94 (92; 054, 97) Издание осуществлено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту 08–01–06027(г)



**Современные методы теории краевых задач** : материалы Воронежской весенней математической школы «Понтрягинские чтения–XIX». – Воронеж: ВГУ, 2008. — 242 с.

В сборнике представлены материалы докладов и лекций, включенных в программу Воронежской весенней математической школы, проводимой Воронежским госуниверситетом совместно с Математическим институтом им. В. А. Стеклова РАН и Московским государственным университетом.

Тематика охватывает широкий спектр проблем качественной и спектральной теории дифференциальных уравнений, геометрии и анализа, моделирования, оптимального управления, теории игр и других смежных направлений, а также проблем преподавания математики в средних и высших учебных заведениях.

собственным значением $H_V(k_{10}, \kappa - k_{10})$, отвечающим нормированной собственной функции $\psi_{n_0}(x, (k_{10}, \kappa - k_{10}))$, причем $\partial\lambda_{n_0}(k_{10}, \kappa - k_{10})/\partial k_1 = 0, \partial^2\lambda_{n_0}(k_{10}, \kappa - k_{10})/\partial k_1^2 \neq 0$.

Теорема. *Предположим, что*

$$W_0 = \int\limits_{\Omega} W(x)|\psi_{n_0}(x, (k_{10}, \kappa - k_{10}))|^2 dx \neq 0.$$

*Тогда для всех достаточно малых $\varepsilon > 0$ существует ровно один квазиуровень (т.е. собственное значение или резонанс) $\lambda$ кратности единица, при этом*

$$\lambda = \lambda_0 - \frac{\varepsilon^2 W_0^2}{2\partial^2\lambda_{n_0}(k_{10}, \kappa - k_{10})/\partial k_1^2} + O(\varepsilon^3).$$

*Если, кроме того, $W_0\partial^2\lambda_{n_0}(k_{10}, \kappa - k_{10})/\partial k_1^2 < 0$, то квазиуровень является собственным значением.*

## НОВЫЙ ИНТЕГРИРУЕМЫЙ СЛУЧАЙ В ДИНАМИКЕ ЧЕТЫРЕХМЕРНОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА В НЕКОНСЕРВАТИВНОМ ПОЛЕ СИЛ

**Шамолин М.В. (Москва)**

*shamolin@imec.msu.ru, shamolin@professor.ru*

Ранее было установлено [1], что структура динамических уравнений движения свободного трехмерного твердого тела при наличии следящей силы на $so(3) \times R^3$ при определенных условиях сохраняется при переносе динамических свойств на случай большей размерности. Настоящая работа посвящена изучению движения четырехмерного твердого тела, находящегося в неконсервативном поле сил сопротивления с так называемой переменной диссипацией [1].

Предполагается что все взаимодействие (четырехмерного) твердого тела со средой, заполняющей неограниченное четырехмерное пространство, сосредоточено на той части гладкой (трехмерной) поверхности тела, которая имеет форму (трехмерного) шара $K^3$. При этом угловая скорость движения такого тела — элемент алгебры $so(4)$, а скорость центра масс — элемент $R^4$.

Если оператор инерции в системе координат $Dx_1x_2x_3x_4$, связанной с телом (ось $Dx_1$ направлена вдоль оси динамической симметрии, а декартова система $Dx_2x_3x_4$ связана с трехмерным шаром), имеет диагональный вид

$$diag\{I_1, I_2, I_3, I_4\},\ I_2 = I_3 = I_4,\ \Omega \in so(4)$$

— матрица угловой скорости твердого тела, то та часть уравнений движения, которая отвечает алгебре $so(4)$, имеет следующий вид [1]:

$$\dot{\Omega}\Lambda + \Lambda\dot{\Omega} + [\Omega,\ \Omega\Lambda + \Lambda\Omega] = M,$$

где $\Lambda = diag\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4\}$, $\lambda_1 = (-I_1 + I_2 + I_3 + I_4)/2,\ \ldots,\ \lambda_4 = (I_1 + I_2 + I_3 - I_4)/2$, $M$ – момент внешних сил, действующих на тело в $R^4$, спроектированный на $so(4)$), $[\ ,\ ]$ — коммутатор в $so(4)$.

Поле сил определяется по аналогии с полем, используемым при моделировании воздействия сопротивляющейся среды на твердое тело в условиях струйного обтекания [1].

### Литература


[1] Шамолин М.В. Методы анализа динамических систем с переменной диссипацией. М.: Изд–во "Экзамен 2007. – 352 с.


## О ПРОДОЛЖЕНИИ ИНВАРИАНТНОСТИ РЕШЕНИЙ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ[1]


**Шананин Н.А. (Москва)**

*nashananin@inbox.ru*


Пусть $u(x) \in C^\infty(\Omega)$ - решение уравнения

$$\sum_{m-\mu<\langle\varrho,\alpha\rangle\leqslant m} a_\alpha(x, [u]_{m-\mu}(x))\ \partial^\alpha u = f(x, [u]_{m-\mu}(x)), \qquad (1)$$

с бесконечно дифференцируемыми коэффициентами. Здесь $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$ - неотрицательный целочисленный мультииндекс, $\langle\varrho,\alpha\rangle = \varrho_1\alpha_1 + \varrho_2\alpha_2 + \ldots + \varrho_n\alpha_n$,- взвешенный порядок дифференциального оператора $\partial^\alpha$, веса $\varrho_k$ - натуральные числа $k = 1, 2, \ldots, n$, $\mu = \min_j \varrho_j$, $[u]_k$ - совокупность всех производных функции $u(x)$, взвешенный порядок которых не больше $k$. Обозначим через

$$\mathcal{H}_u(x, \xi, h) = \sum_{k=0}^{\mu-1} h^k \sum_{\langle\varrho,\alpha\rangle=m-k} a_\alpha(x, [u]_{m-\mu}(x))(i\xi)^\alpha,$$


[1]Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 06-01-00253.