

Воронежский государственный университет
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Математический институт им. В. А. Стеклова РАН

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ



МАТЕРИАЛЫ

Воронежской весенней математической школы
«Понтрягинские чтения — XIX»

Воронежский государственный университет
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Математический институт им. В. А. Стеклова РАН

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

МАТЕРИАЛЫ

Воронежской весенней математической школы
«Понтрягинские чтения — XIX»



УДК 517.94 (92; 054, 97) Издание осуществлено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту 08-01-06027(г)

Программный совет: А. Е. Барабанов, С. В. Емельянов, В. А. Ильин, С. К. Коровин, А. В. Кряжимский, А. Б. Куржанский, Е. Ф. Мищенко, Ю. С. Осипов, С. М. Никольский, В. М. Тихомиров

Программный комитет:

Председатель В. А. Ильин. Сопредседатели: Ю. В. Покорный, А. А. Шкалик. Заместители председателя: В. И. Гурман, Л. В. Крицков, Н. Л. Григоренко, А. Д. Баев, Ю. И. Сапронов. Члены программного комитета: А. И. Булгаков, А. В. Глушко, В. В. Жиков, В. И. Жуковский, А. И. Задорожный, В. Г. Задорожный, В. А. Кондратьев, И. П. Костенко, Г. А. Курина, С. М. Никольский, А. И. Прилепко, А. Н. Покровский, В. Д. Репников, В. И. Ряжских, А. П. Солдатов, А. И. Шашкин, А. С. Шамаев, С. А. Шабров (ученый секретарь)

Оргкомитет:

Председатель Оргкомитета: В. А. Ильин, академик. Сопредседатели: В. Т. Титов, ректор ВГУ, Е. И. Моисеев, академик, В. А. Садовничий, академик. Заместители председателя: А. М. Ховив, Е. Н. Ищенко, Ю. В. Покорный, А. П. Хромов. Члены оргкомитета: А. В. Боровских, Я. М. Ерусалимский, М. Г. Матвеев, М. С. Никольский, В. В. Провоторов (ученый секретарь), Е. И. Радзиевская, Н. Х. Розов.

Современные методы теории краевых задач : материалы Воронежской весенней математической школы «Понтрягинские чтения–XIX». – Воронеж: ВГУ, 2008. — 242 с.

В сборнике представлены материалы докладов и лекций, включенных в программу Воронежской весенней математической школы, проводимой Воронежским госуниверситетом совместно с Математическим институтом им. В. А. Стеклова РАН и Московским государственным университетом.

Тематика охватывает широкий спектр проблем качественной и спектральной теории дифференциальных уравнений, геометрии и анализа, моделирования, оптимального управления, теории игр и других смежных направлений, а также проблем преподавания математики в средних и высших учебных заведениях.

© Математический факультет
Воронежского госуниверситета, 2008

собственным значением $H_V(k_{10}, \kappa - k_{10})$, отвечающим нормированной собственной функции $\psi_{n_0}(x, (k_{10}, \kappa - k_{10}))$, причем $\partial \lambda_{n_0}(k_{10}, \kappa - k_{10}) / \partial k_1 = 0$, $\partial^2 \lambda_{n_0}(k_{10}, \kappa - k_{10}) / \partial k_1^2 \neq 0$.

ТЕОРЕМА. *Предположим, что*

$$W_0 = \int_{\Omega} W(x) |\psi_{n_0}(x, (k_{10}, \kappa - k_{10}))|^2 dx \neq 0.$$

Тогда для всех достаточно малых $\varepsilon > 0$ существует ровно один квазиуровень (т.е. собственное значение или резонанс) λ кратности единица, при этом

$$\lambda = \lambda_0 - \frac{\varepsilon^2 W_0^2}{2 \partial^2 \lambda_{n_0}(k_{10}, \kappa - k_{10}) / \partial k_1^2} + O(\varepsilon^3).$$

Если, кроме того, $W_0 \partial^2 \lambda_{n_0}(k_{10}, \kappa - k_{10}) / \partial k_1^2 < 0$, то квазиуровень является собственным значением.

НОВЫЙ ИНТЕГРИРУЕМЫЙ СЛУЧАЙ В ДИНАМИКЕ ЧЕТЫРЕХМЕРНОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА В НЕКОНСЕРВАТИВНОМ ПОЛЕ СИЛ

Шамолин М.В. (Москва)

shamolin@imec.msu.ru, shamolin@professor.ru

Ранее было установлено [1], что структура динамических уравнений движения свободного трехмерного твердого тела при наличии следящей силы на $so(3) \times R^3$ при определенных условиях сохраняется при переносе динамических свойств на случай большей размерности. Настоящая работа посвящена изучению движения четырехмерного твердого тела, находящегося в неконсервативном поле сил сопротивления с так называемой переменной диссипацией [1].

Предполагается что все взаимодействие (четырёхмерного) твердого тела со средой, заполняющей неограниченное четырехмерное пространство, сосредоточено на той части гладкой (трехмерной) поверхности тела, которая имеет форму (трехмерного) шара K^3 . При этом угловая скорость движения такого тела — элемент алгебры $so(4)$, а скорость центра масс — элемент R^4 .

Если оператор инерции в системе координат $Dx_1x_2x_3x_4$, связанной с телом (ось Dx_1 направлена вдоль оси динамической симметрии, а декартова система $Dx_2x_3x_4$ связана с трехмерным шаром),

имеет диагональный вид

$$\text{diag}\{I_1, I_2, I_3, I_4\}, \quad I_2 = I_3 = I_4, \quad \Omega \in \text{so}(4)$$

— матрица угловой скорости твердого тела, то та часть уравнений движения, которая отвечает алгебре $\text{so}(4)$, имеет следующий вид [1]:

$$\dot{\Omega}\Lambda + \Lambda\dot{\Omega} + [\Omega, \Omega\Lambda + \Lambda\Omega] = M,$$

где $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4\}$, $\lambda_1 = (-I_1 + I_2 + I_3 + I_4)/2$, ..., $\lambda_4 = (I_1 + I_2 + I_3 - I_4)/2$, M — момент внешних сил, действующих на тело в R^4 , спроектированный на $\text{so}(4)$, $[\ , \]$ — коммутатор в $\text{so}(4)$.

Поле сил определяется по аналогии с полем, используемым при моделировании воздействия сопротивляющейся среды на твердое тело в условиях струйного обтекания [1].

Литература

[1] Шамолин М.В. Методы анализа динамических систем с переменной диссипацией. М.: Изд-во "Экзамен 2007. — 352 с.

О ПРОДОЛЖЕНИИ ИНВАРИАНТНОСТИ РЕШЕНИЙ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ¹

Шананин Н.А. (Москва)

nashaninin@inbox.ru

Пусть $u(x) \in C^\infty(\Omega)$ — решение уравнения

$$\sum_{m-\mu < \langle \varrho, \alpha \rangle \leq m} a_\alpha(x, [u]_{m-\mu}(x)) \partial^\alpha u = f(x, [u]_{m-\mu}(x)), \quad (1)$$

с бесконечно дифференцируемыми коэффициентами. Здесь $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ — неотрицательный целочисленный мультииндекс, $\langle \varrho, \alpha \rangle = \varrho_1 \alpha_1 + \varrho_2 \alpha_2 + \dots + \varrho_n \alpha_n$, — взвешенный порядок дифференциального оператора ∂^α , веса ϱ_k — натуральные числа $k = 1, 2, \dots, n$, $\mu = \min_j \varrho_j$, $[u]_k$ — совокупность всех производных функции $u(x)$, взвешенный порядок которых не больше k . Обозначим через

$$\mathcal{H}_u(x, \xi, h) = \sum_{k=0}^{\mu-1} h^k \sum_{\langle \varrho, \alpha \rangle = m-k} a_\alpha(x, [u]_{m-\mu}(x)) (i\xi)^\alpha,$$

¹Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 06-01-00253.