Математический институт им. В. А. Стеклова
Российский фонд фундаментальных исследований

Международная конференция

“Современные проблемы механики сплошной среды”

посвященная памяти академика

Леонида Ивановича Седова

в связи со стодесятилетием со дня его рождения

Тезисы докладов

МИАН, Москва, 13–15 ноября 2017 г.

Председатели программного комитета:

В. П. Карликов, В. В. Козлов, А. Г. Куликовский, В. А.Левин, В. А. Садовничий.

Организационный комитет:

А. Г. Куликовский, А. Т. Ильичев, В. В. Марков, А. В. Аксенов, Н. Е. Афонина, А. Н. Богданов, П. Ю. Георгиевский, Ю. И. Димитриенко, Т. А. Журавская, А. Г. Калугин, М. С. Макарова, И. С. Мануйлович, А. В. Марченко, А. С. Савин, Н. И. Сидняев, А. М. Чайка

Программный комитет:

С. В. Болотин, А. Н. Голубятников, М. В. Гордин, И. Г. Горячева, Д. А. Губайдуллин, Д. М. Климов, А. Н. Крайко, К. .В. Краснобаев, И. И. Липатов, Г. А. Любимов, О. Э. Мельник, Н. Ф. Морозов, Р. И. Нигматулин, Ю. М. Окунев, Ю. С. Осипов, А. Н. Осипцов, В. А. Полянский, С. Т. Суржиков, Г. А. Тирский, Д. В. Трещёв, В. Е. Фортов, С. Л. Чернышов, В. Н. Чубариков, М. Э. Эглит

В организации конференции принимают участие:

– Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, механико-математический факультет,
– Научно-исследовательский институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова,
– Центральный аэрогидродинамический институт им. Н. Е. Жуковского.

E-mail: sedov-110@mi.ras.ru
Web site: http://www.mi.ras.ru/index.php?c=conf

где $R = R_0|\vec{x}| > 1$, $s_0 > 0$, $0 < m_0 < 1$ — нормализованное расстояние, постоянные характеризующие физику задачи; $q(R, h, p) = R^2(R^2 - 1)p^2 - (1 + h^2)^2$, $p = dh/dR$. Теория неявных уравнений изложена в [5,6]. Аналитическое исследование уравнения (2) представляет значительные трудности. Для его анализа используются программы символьных и численных вычислений.

Исследована геометрия поверхности уравнения (2) $F = 0$, задающая многообразие, на котором расположены интегральные кривые уравнения. Найдено многообразие ветвления решений уравнения (2), называемое криминантой. Оно определяется кривой $F = F_p = 0$ в $\mathbb{R}^3(R, h, p)$. Доказано, что на криминанте всегда находится так называемая сложенная особая точка уравнения (2) типа фокус. Исследовано поведение интегральных кривых уравнения (2), дается физическая интерпретация решения.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ № 17-11-01156.

Литература

1. Landau L D, Lifshitz E M 1959 *Fluid Mechanics, Course in theoretical physics Vol. 6* (Pergamon press)
2. Ovsyannikov L V 1982 *Group analysis of Differential Equations* (New York: Academic Press)
3. Ovsyannikov L V 1995 *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* **36** 3 45-52
4. Cherevko A A, Chupakhin A P 2005 *Lavrentyev Institute of Hydrodynamics SB RAS* Preprint N **1**
5. Arnold V I 2006 *Ordinary differential equations* (Universitext, Springer-Verlag Berlin Heidelberg)
6. Remizov A O 2006 *Contemp. Math. Fundam. Direct.* **19** 131-170

Негладкие первые интегралы в динамике твердого тела, взаимодействующего с сопротивляющейся средой

М. В. Шамолин

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

shamolin@rambler.ru

shamolin@imec.msu.ru

Настоящая работа посвящена развитию качественных методов в теории неконсервативных систем, возникающих, например, в таких областях науки, как динамика твердого тела, взаимодействующего с сопротивляющейся средой, теория колебаний и др. В принципе, данный материал может быть интересен как специалистам по качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений, динамики твердого тела, так и механики жидкости и газа, поскольку в работе используются свойства движения твердого тела в среде в условиях струйного обтекания.

Получен ряд случаев полной интегрируемости неконсервативных динамических систем, описывающих динамику твердого тела в сопротивляющейся среде. При этом во многих случаях каждый из первых интегралов выражается через конечную комбинацию элементарных функций, являясь одновременно трансцендентной функцией своих переменных. Трансцендентность в данном случае понимается в смысле комплексного анализа, когда после продолжения данных функций в комплексную область у них имеются существенно особые точки. Последний факт обуславливается наличием в системе притягивающих и отталкивающих предельных множеств (как, например, притягивающих и отталкивающих фокусов).

Получены новые семейства фазовых портретов систем с переменной диссипацией на маломерных и многомерных многообразиях. Обсуждаются вопросы их абсолютной или относительной грубости. Обнаружены новые интегрируемые случаи движения твердого тела, в том числе в классической задаче о движении сферического маятника, помещенного в поток набегающей среды.

Понятие интегрируемости, вообще говоря, достаточно расплывчатое. При его построении необходимо учитывать в каком смысле оно понимается, в классе каких функций ищутся первые интегралы и т.д. В данной работе принимается такой подход, который учитывает в качестве класса функций как первых интегралов трансцендентные функции, причем элементарные. Здесь трансцендентность понимается не в смысле теории элементарных функций (например тригонометрических), а в смысле наличия у них существенно особых точек (в силу классификации, принятой в теории функций комплексного переменного, когда функция имеет существенно особые точки) [1].

В [1,2] уже была показана полная интегрируемость уравнений пространственного движения тела в сопротивляющейся среде, когда у системы динамических уравнений существует полный набор трансцендентных первых интегралов. Здесь предполагалось, что все взаимодействие среды с телом сосредоточено на той части поверхности тела, которая имеет форму плоского диска.

В данной работе сначала рассматривается геодезический поток на касательном расслоении гладкого двумерного многообразия (система в отсутствии внешнего поля сил). Строится переход к удобным координатам касательного пространства. В дальнейшем сначала вводятся внешние силовые поля, которые являются потенциальными, и рассматриваемые системы четвертого порядка обладают полным набором (тремя) гладких первых интегралов. А затем в таких системах вводятся дополнительные члены, в результате чего системы перестают быть консервативными, а точнее, становятся системами со знакопеременной диссипацией [1,2,3]. При этом при некоторых условиях они обладают полным набором (негладких) трансцендентных первых интегралов, в ряде случаев выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций.

К примеру, наличие диссипации (вообще говоря, знакопеременной) характеризует коэффициент $bg(\alpha), b > 0$, в первом уравнении системы (1) (при $b = 0$ рассматриваемая система является консервативной и обладает полным набором (тремя) гладких независмых первых интегралов). Рассматриваемая система на касательном расслоении $T_*M^2\{z_2, z_1; \alpha, \beta\}$ примет вид

$$\begin{gathered}\dot{\alpha} = -z_2 + bg(\alpha),\ \dot{z}_2 = F(\alpha) + \Gamma^{\alpha}_{\beta\beta}(\alpha,\beta) f^2(\alpha) z_1^2,\\ \dot{z}_1 = \left[2\Gamma^{\beta}_{\alpha\beta}(\alpha,\beta) + \frac{d\ln|f(\alpha)|}{d\alpha}\right] z_1 z_2,\ \dot{\beta} = z_1 f(\alpha).\end{gathered} \tag{1}$$

При некоторых естественных условиях система (1) обладает полным набором (тремя) независимых трансцендентных первых интегралов.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, проект №15–01–00848.

Литература

1. Шамолин М.В. Динамические системы с переменной диссипацией: подходы, методы, приложения // Фундам. и прикл. матем. — 2008. — Т. 14. — Вып. 3. — С. 3–237.

2. Шамолин М.В. Многообразие случаев интегрируемости в динамике маломерного и многомерного твердого тела в неконсервативном поле сил // Итоги науки и техники. Сер. «Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры». — Т. 125. — М.: ВИНИТИ, 2013. С. 5–254.
3. Шамолин М.В. Интегрируемые системы с переменной диссипацией на касательном расслоении к многомерной сфере и приложения // Фундам. и прикл. матем. — 2015. — Т. 20. — Вып. 4. — С. 3–231.

Моделирование отклика упруго-вязко-пластического несжимаемого цилиндрического слоя на существенно нестационарные граничные воздействия

В. И. Штука
Институт автоматики и процессов управления
onslice@mail.ru

С целью адекватного описания поведения несжимаемого упруго-вязко-пластического материала при существенных граничных воздействиях была избрана модель больших необратимых деформаций [1], которая позволила определить напряжённо-деформированное состояния цилиндрического слоя за движущимися поверхностями разрывов деформаций (ударными волнами) с помощью модифицированного метода лучевых рядов и специальной расчётной схемы. Условие пластичности (расширенный критерий Губера-Мизеса) выполняется непосредственно с началом нагружения, чему способствует предварительное состояние слоя. Ввиду означенных факторов рассматривать ударные волны необходимо только в зоне вязко-пластического ядра, граница которой совпадает с положением волны нагрузки.

Условия совместности, выполняющиеся на поверхностях разрывов, различий с упругой задачей [2] не проявляют за счёт непрерывности необратимых деформаций, поэтому волновая картина выглядит следующим образом: впереди движется волна нагрузки, обуславливая появление необратимых деформаций (за