МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
"АНАЛИЗ И ОСОБЕННОСТИ"

посвященная 70-летию

Владимира Игоревича Арнольда

Тезисы докладов

МИАН, Москва

20 – 24 августа 2007 г.

Russian Academy of Sciences

Steklov Mathematics Institute
in cooperation with
Moscow State University, Moscow Mathematical Society,
Moscow Independent University

INTERNATIONAL CONFERENCE "ANALYSIS and SINGULARITIES"

dedicated to the 70th anniversary of

Vladimir Igorevich Arnold

Abstracts

Steklov Mathematical Institute, Moscow, Russia
August 20 – 24, 2007

Moscow 2007

Российская академия наук

Математический институт им. В. А. Стеклова
при участии
Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова,
Московского математического общества, Московского независимого университета

МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ "АНАЛИЗ И ОСОБЕННОСТИ"

посвященная 70-летию
Владимира Игоревича Арнольда

Тезисы докладов

МИАН, Москва
20 – 24 августа 2007 г.

УДК 517.911/.958
ББК 22.161.6
М43

В сборник включены тезисы докладов, представленных на Международной конференции "Анализ и Особенности", посвященной 70-летию В.И. Арнольда.

Представляет интерес для научных работников, студентов и аспирантов.

Организационный комитет

- Ю. С. Осипов, председатель.
- В. А. Васильев, зам. председателя.
- В. В. Козлов, зам. председателя.
- А. А. Давыдов, В. В. Горюнов, С. М. Гусейн-Заде, В. М. Закалюкин, Ю. С. Ильяшенко, С. К. Ландо, Е. Ф. Мищенко, А. Г. Сергеев, А. Г. Хованский, В. Н. Чубариков.

становятся производные искомых функций. Решения (2), (3) моделируют истечения воздушных масс с полярных шапок планеты.

2. Исследовано возможное ветвление решений системы (1) для простейших случаев: состояния равновесия $v = w = 0, h_*(\theta) = h_0 + (r_0^2/8f_0)\sin^2\theta$ и волн Блиновой — Россби $w = w_0 \sin\theta, v = 0$. Доказано, что от данных решений ответвляются точные решения уравнений (1), имеющие константный произвол. Для отклонения от состояния равновесия это означает, что существуют нетривиальные решения системы (1), в которых $h = h_*(\theta), (v, w) \neq (0, 0)$. Построение таких решений сводится к анализу совместности переопределённой системы трёх уравнений для двух функций — компонент скорости v и w. Переопределённая система уравнений приведена в инволюцию, получены все условия совместности, найден произвол в решении. Функции v и w описываются аналитическими формулами — комбинациями эллиптических интегралов.

3. Исследовано распространение звуковых возмущений в атмосфере планеты в рамках модели (1). Система (1) является гиперболической, для неё проинтегрированы уравнения звуковых характеристик на состоянии равновесия (см. п. 2). Найдена точная формула для характеристического коноида в виде комбинации эллиптических интегралов.

Модель (1) описывает движения сплошной среды на сфере в целом. Этим она существенно отличается от обычно используемых моделей типа β-плоскости, в которых решение определено лишь в ограниченной по широте плоской полосе.

В работе получены точные решения уравнений гидродинамики на вращающейся сфере в целом, анализируются их свойства и наличие особенностей.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 05–01–00080, СО РАН, интеграционный поект № 2.15 и Программы поддержки ведущих научных школ, НШ–5245.2006.1.

Случаи полной интегрируемости в динамике четырехмерного твердого тела в неконсервативном поле сил

Шамолин М.В. (Россия)
МГУ им. М. В. Ломоносова
shamolin@imec.msu.ru

Как было установлено в [1], [2], [3], [4] структура динамических уравнений движения свободного трехмерного твердого тела при наличии следящей силы на $so(3) \times R^3$ при определенных условиях сохраняется при переносе динамических свойств на случай большей размерности. Настоящая работа посвящена изучению движения четырехмерного твердого тела, находящегося в неконсервативном поле сил сопротивления с так называемой переменной диссипацией [1], [6].

Предполагается что все взаимодействие (четырехмерного) твердого тела со средой, заполняющей неограниченное четырехмерное пространство, сосредоточено на той части гладкой (трехмерной) поверхности тела, которая имеет форму (трехмерного) шара K^3. При этом угловая скорость движения такого тела — элемент алгебры $so(4)$, а скорость центра масс — элемент R^4.

Если оператор инерции в декартовой системе координат $Dx_1x_2x_3x_4$, связанной с телом (ось Dx_1 направлена вдоль оси динамической симметрии, а декартова система $Dx_2x_3x_4$ связана с трехмерным шаром), имеет диагональный вид

$$diag\{I_1, I_2, I_3, I_4\},\ I_2 = I_3 = I_4,\ \Omega \in so(4)$$

— матрица угловой скорости твердого тела, то та часть уравнений движения, которая отвечает алгебре $so(4)$, имеет следующий вид [1], [2], [3]:

$$\dot{\Omega}\Lambda + \Lambda\dot{\Omega} + [\Omega,\ \Omega\Lambda + \Lambda\Omega] = M,$$

где $\Lambda = diag\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4\}$,
$\lambda_1 = (-I_1 + I_2 + I_3 + I_4)/2,\ \ldots,\ \lambda_4 = (I_1 + I_2 + I_3 - I_4)/2$,
M – момент внешних сил, действующих на тело в R^4, спроектированный на $so(4))$, $[\ ,\ ]$ – коммутатор в $so(4)$.

Поле сил определяем по аналогии с полем, используемым при моделировании воздействия сопротивляющейся среды на твердое тело в условиях струйного обтекания [1], [5], [6], [7].

В более ранних работах в основном рассматривались такие движения четырехмерного (многомерного) тела, когда момент суммарной силы, действующей на тело, тождественно равен нулю. Данная работа принадлежит одному из современных направлений в геометрии и механике, развиваемое автором, в исследовании уравнений движения твердого тела на $so(4) \times R^4$ (когда момент внешних сил не равен тождественно нулю и, более того, неконсервативен).

При некоторых условиях (наличие циклических интегралов вида $\omega_1 = \omega_1^0 = \omega_2 = \omega_2^0 = \omega_4 = \omega_4^0 = 0$, а также неинтегрируемой связи

$v = const$) система динамических уравнений может быть представлена в следующем виде:

$$\dot{\alpha} = -z_3 + \sigma n_0^2 \sin\alpha,\ \dot{z}_3 = n_0^2 v^2 \sin\alpha\cos\alpha - z^2\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha},\ \dot{z} = zz_3\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha},$$

$$\dot{z}_* = \sqrt{1+z_*^2}\, z \operatorname{ctg}\alpha \operatorname{ctg}\beta_1,\ \dot{\beta}_1 = \frac{zz_*}{\sqrt{1+z_*^2}}\frac{\cos\alpha}{\sin\beta_1},$$

$$\dot{\beta}_2 = -z_1(z, z_*)\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha\sin\beta_1},$$

где $z = \sqrt{z_1^2 + z_2^2}$, $z_* = \frac{z_2}{z_1}$, $n_0^2 = \frac{AB}{I_2}$, $A, B, \sigma > 0$ (постоянные характеризующие момент воздействия среды на твердое тело), $z_1 = \omega_3\cos\beta_2 + \omega_5\sin\beta_2$, $z_2 = -\omega_3\sin\beta_2\cos\beta_1 + \omega_5\cos\beta_2\cos\beta_1 + \omega_6\sin\beta_1$, $z_3 = \omega_3\sin\beta_2\sin\beta_1 - \omega_5\cos\beta_2\sin\beta_1 + \omega_6\cos\beta_1$, $(\alpha, \beta_1, \beta_2)$ — сферические координаты, связанные с шаром K^3 , $\mathbf{v}$ — скорость центра шара K^3 относительно среды.

Приведенная выше система шестого порядка в указанных координатах распалась, соответственно, на независимую систему третьего порядка, независимую систему второго порядка (конечно, после замены в ней независимого переменного), а также одно присоединенное уравнение.

Теорема *Рассматриваемая система шестого порядка обладает полным набором трансцендентных (в смысле комплексного анализа) первых интегралов, выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций.*

Полученная методика интегрирования рассматриваемых динамических систем может быть распространена и на пространство $so(n) \times R^n$ произвольного динамически симметричного n-мерного твердого тела.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 05–08–01378–а и 05–01–00401–а).

Литература

[1] Шамолин М. В. Методы анализа динамических систем с переменной диссипацией в динамике твердого тела. — М.: Изд–во "Экзамен", 2007. — 352 с.

[2] Трофимов В. В., Фоменко А. Т. Алгебра и геометрия интегрируемых гамильтоновых дифференциальных уравнений. – М.: Факториал, 1995. – 447 с.

[3] Трофимов В. В., Фоменко А. Т. Геометрия скобок Пуассона и методы интегрирования по Лиувиллю систем на симметрических пространствах // Итоги науки и техники. Современные проблемы математики. Новейшие достижения. М.: ВИНИТИ, 1986. – Т. **29**. – С. 3–80.

[4] Шамолин М. В. Интегрируемость по Якоби в задаче о движении четырехмерного твердого тела в сопротивляющейся среде // Докл. РАН. – 2000. – Т. **375**. – No. 3. – С. 343–346.

[5] Локшин Б. Я., Привалов В. А., Самсонов В. А. Введение в задачу о движении тела в сопротивляющейся среде. – М.: МГУ, 1986. – 86 с.

[6] Shamolin M. V., New integrable cases and families of portraits in the plane and spatial dynamics of a rigid body interacting with a medium, In: *Journal of Mathematical Sciences*, Vol. **114**, No. 1, 2003, p.p. 919-975.

[7] Shamolin M. V., Structural Stability in 3D Dynamics of a Rigid. In: CD-Proc. of WCSMO-3, Buffalo, NY, May 17-21, 1999; Buffalo, NY, 1999, 6 p.

Алгебры операторов Лакса и их центральные расширения

Шейнман О.К. (Россия)
МИАН им. В.А.Стеклова
НМУ
sheinman@mi.ras.ru

Алгебры операторов Лакса - новый класс алгебр токов на римановых поверхностях, возникший вслед за аффинными алгебрами Каца-Муди и алгебрами Кричевера-Новикова. Каждая такая алгебра отвечает римановой поверхности и голоморфному векторному расслоению на ней. Вводятся ортогональные и симплектические аналоги операторов Лакса и соответствующие алгебры токов. Изучены почти градуированная структура и локальные центральные расширения этих алгебр.

Перечисленное является результатом совместной работы автора с И.М.Кричевером и М.Шлихенмайером.