Воронежский государственный университет
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Математический институт им. В. А. Стеклова РАН

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

МАТЕРИАЛЫ
Воронежской весенней математической школы

Воронежский государственный университет
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Математический институт им. В. А. Стеклова РАН

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

МАТЕРИАЛЫ

Воронежской весенней математической школы «Понтрягинские чтения — XVIII»

УДК 517.94 (92; 054, 97)

Издание осуществлено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту 07-01-06020

Современные методы теории краевых задач: Материалы Воронежской весенней математической школы «Понтрягинские чтения–XVIII». – Воронеж: ВГУ, 2007. 185 с.

В сборнике представлены материалы докладов и лекций, включенных в программу Воронежской весенней математической школы, проводимой Воронежским госуниверситетом совместно с Математическим институтом им. В. А. Стеклова РАН и Московским государственным университетом.

Тематика охватывает широкий спектр проблем качественной и спектральной теории дифференциальных уравнений, геометрии и анализа, моделирования, оптимального управления, теории игр и других смежных направлений, а также проблем преподавания математики в средних и высших учебных заведениях.

ISBN

Теорема. *Пусть* $\beta > 2,\ 0 < r < \min\{r_0, \frac{1}{2s}\},\ \omega = 2sr$. *Если для комплексной последовательности* $\{\xi_{m,n}\}$ *выполняется неравенство:*

$$\frac{4}{\pi}\sum_{m>n>0}\Big|\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{2k}(\xi_{v_+,v_-}-\lambda_{v_+,v_-})-\frac{1}{2^{k+1}}(\xi_{w_m,w_n}-\lambda_{w_m,w_n})\Big| < \frac{r}{2}(1-\omega),$$

то существует функция $p \in L_\infty(D)$ *такая, что для любого* $t \in \mathbb{N}$

$$\sum_{m^2+n^2=\lambda_t}\xi_{m,n} = \sum_{m^2+n^2=\lambda_t}\mu_{m,n},$$

где $\sigma(T+P) = \{\mu_t^k\}$, P*– оператор умножения на функцию*

$$p = \sum_{m>n>0}(p,\varphi_{2m,2n})\varphi_{2m,2n}.$$

РАСШИРЕННАЯ МОДЕЛЬ КАНА–ХИЛЛАРДА И НЕКОТОРЫЕ ЕЕ РЕШЕНИЯ

Селиванова Н.Ю., Шамолин М.В. (Москва)
shamolin@imec.msu.ru

Проводится нелинейный асимптотический анализ некоторой математической модели, содержащей малый параметр, описывающий процесс затвердевания сплава, состоящего из двух компонент.

Подобно работам Е. Радкевича в данной работе выводится сингулярно предельная задача (расширенная задача Стефана) в том случае, когда время релаксации процессов в зоне фазового перехода является быстрым. С любой точностью изучено существующее асимптотическое решение на временном интервале существования классического решения сингулярно предельной задачи.

В процессе изучения предполагается, что двухкомпонентный сплав заполняет некоторую область, разделенную на три части: области, заполненные разными фазами, и так называемой межфазной зоной. Различные фазы имеют некоторую симметрию преобладающего вещества [1].

Эволюция распределения концентрации вещества описывается уравнением диффузии, содержащим расширенный диффузионный поток определенного вида.

Несимметрия тензора задачи, отвечающего за поверхностное натяжение, как и в работах предыдущих авторов, приводит к зависимости уже предельных значений от самой геометрии фронта фазового перехода, который однозначно определяется первыми приближениями.

Литература

1. Dreyer W. and Muller W. H., *A study of the coarseing in tin/lead solders*, Inter. J. of Solids and Structures, **37** (2000), p. 3841–3871.

ОБ ОСТОВАХ СВЕРХПОЛУПРОСТЫХ $\mathbb{C}$-СИСТЕМ

Семенов Ю.М., Семячкова М.А., Степанова Н.Д.
(Чебоксары)
SemJuM@chuvsu.ru

Рассматривается линейная управляемая система $C = (V, \alpha, \Omega)$ вида

$$\begin{cases} \dot{x}^1 = -x^2 + u^1, \\ \dot{x}^2 = -x^1 + u^2, \\ \dot{x}^3 = -x^4 + u^3, \\ \dot{x}^4 = -x^3 + u^4, \end{cases}$$

с ограничивающим конусом Ω с образующими $u_1 = e_1, u_2 = e_3, u_3 = pe_1 + qe_2 + re_3 + se_4$. Положим, $u_1(t) = e^{\alpha t}u_1,\ u_2(t) = e^{\alpha t}u_2,\ u_3(t) = e^{\alpha t}u_3,\ \ \dot{u}_1 = \alpha u_1,\ \dot{u}_2 = \alpha u_2,\ \dot{u}_3 = \alpha u_3$.

Известно, что управляемая система C вполне достижима. Для нее решена задача определения строения линейного остова в зависимости от параметров p, q, r, s. В частности, найдены методы нахождения момента времени $T(C)$ полной стабилизации остова и опорного вектора к конусу достижимости $K(C, T(C))$.

Пусть W_1, W_2, W_3 — α-инвариантные линейные подпространства размерности 2, содержащие соответственно векторы u_1, u_2, u_3. Если плоскость W_3 не совпадает ни с одной из плоскостей W_1, W_2, то проверяется, что опорная гиперплоскость к конусу $K(C, T(C))$ совпадает с одной из следующих семи:

$V_0 = Lin(u_1,\, u_2,\, u_3),\ \ n_0 = (0, s, 0, -q),\ \ T(C) = \pi.$

$V_1 = Lin(u_1,\, \dot{u}_1,\, u_2),\ \ n_1 = (0, 0, 0, 1),\ \ T(C) = arctan(-s/r);$

$V_2 = Lin(u_1,\, \dot{u}_1,\, u_3),\ \ n_2 = (0, 0, s, -r).\ \ T(C) = arctan(s/r);$

$V_3 = Lin(u_1,\, u_2,\, \dot{u}_2),\ \ n_3 = (0, 1, 0, 0).\ \ T(C) = arctan(-q/p);$