УДК 517.925ю42+531.01+531.552

ИНТЕГРИРУЕМОСТЬ В ТРАНСЦЕНДЕНТНЫХ ФУНКЦИЯХ В ДИНАМИКЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

М. В. Шамолин (*Институт механики МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация*)

Структура динамических уравнений движения свободного двухмерного и трехмерного твердого тела на so(2)×R^2 и so(3)×R^3, соответственно, сохраняется при переносе динамических свойств на случай большей размерности. Настоящая работа посвящена изучению движения четырехмерного твердого тела в неконсервативном поле сил сопротивления с так называемой переменной диссипацией [1].

Системы с так называемой переменной диссипацией понимаем в следующем смысле. Пусть в некоторых координатах дивергенция правой части (которая «отвечает» за изменение фазового объема) гладкой системы обыкновенных дифференциальных уравнений, имеющих по крайней мере одну периодическую координату, не тождественно равна нулю. Тогда такая система называется динамической системой с переменной диссипацией с нулевым (с ненулевым) средним, если интеграл от полученной дивергенции по периодической координате за ее период равен (не равен) нулю.

Системы с переменной диссипацией с нулевым средним часто в некоторых областях своего фазового пространства допускают сохранение фазового объема с переменной плотностью.

Кратко охарактеризуем физические предположения. Предполагается что все взаимодействие (четырехмерного) твердого тела со средой сосредоточено на той части (трехмерной) поверхности тела, которая имеет форму (трехмерного) шара. При этом вектор угловой скорости движения такого тела — элемент алгебры so(4), а скорость центра масс — элемент R^4.

Если оператор инерции в декартовой системе $Dx_1 \times x_2 \times x_3 \times x_4$, связанной с телом (ось Dx_1 направлена вдоль оси динамической симметрии, а декартова система $Dx_2 \times x_3 \times x_4$ связана с трехмерным шаром), имеет диагональный вид $diag\{I_1, I_2, I_3, I_4\}$, $\Omega \in so(4)$ — матрица «угловой скорости» твердого тела, то та часть уравнений движения, которая отвечает алгебре *so(4)*, имеет следующий вид [2]:

$$\Omega^{\bullet}\Lambda + \Lambda^{\bullet}\Omega + [\Omega, \Omega\Lambda + \Lambda\Omega] = M ,$$

где $\Lambda = diag\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4\}$, $\lambda_1 = (-I_1 + I_2 + I_3 + I_4)/2$, …, $\lambda_4 = (I_1 + I_2 + I_3 - I_4)/2$.

Здесь M — так называемый «момент внешних сил», действующих на тело в R^4, […] — коммутатор в *so(4)*.

Часть же уравнений, соответствующая R^4, аналогична уравнениям движения центра масс в R^4 (при этом используются многомерные аналоги формул Эйлера и Ривальса).

Поле сил определяем по аналогии с полем, используемым при моделировании воздействия сопротивляющейся среды на твердое тело в условиях струйного обтекания [3].

БИБЛИОГРАФИЯ

1. M. V. Shamolin, New integrable cases and families of portraits in the plane and spatial dynamics of a rigid body interacting with a medium, In: Journal of Mathematical Sciences, Vol. 114, No. 1, 2003, p.p. 919-975.
2. Шамолин М. В. Интегрируемость по Якоби в задаче о движении четырехмерного твердого тела в сопротивляющейся среде // Доклады РАН. - 2000. - Т. 375. - № 3. - С. 343-346.
3. Самсонов В. А., Шамолин М. В. К задаче о движении тела в сопротивляющейся среде // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Математика. Механика. - 1989. - № 3. - С. 51-54.