

Случаи полной интегрируемости в динамике четырёхмерного твёрдого тела, взаимодействующего со средой

М. В. Шамолин
Институт механики МГУ
shamolin@imec.msu.ru

Структура динамических уравнений движения свободного двухмерного и трёхмерного твёрдого тела на $so(2) \times R^2$ и $so(3) \times R^3$, соответственно, сохраняется при переносе динамических свойств на случай большей размерности. Настоящая работа посвящена изучению движения четырёхмерного твёрдого тела в неконсервативном поле сил сопротивления с так называемой переменной диссипацией.

В работе предполагается что все взаимодействие (четырёхмерного) твёрдого тела со средой сосредоточено на той части (трехмерной) поверхности тела, которая имеет форму (трехмерного) шара. При этом вектор угловой скорости движения такого тела – элемент алгебры $so(4)$, а скорость центра масс – элемент R^4 .

Если оператор инерции в декартовой системе $Dx_1x_2x_3x_4$, связанной с телом (ось Dx_1 направлена вдоль оси динамической симметрии, а декартова система $Dx_2x_3x_4$ связана с трехмерным шаром), имеет диагональный вид $\text{diag}\{I_1, I_2, I_3, I_4\}$, $\Omega \in so(4)$ – матрица <угловой скорости> твёрдого тела, то та часть уравнений движения, которая отвечает алгебре $so(4)$, имеет следующий вид:

$$\dot{\Omega}\Lambda + \Lambda\dot{\Omega} + [\Omega, \Omega\Lambda + \Lambda\Omega] = M,$$

где $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4\}$, $\lambda_1 = (-I_1 + I_2 + I_3 + I_4)/2$, \dots , $\lambda_4 = (I_1 + I_2 + I_3 - I_4)/2$, M – момент <внешних сил>, действующих на тело в R^4 , спроектированный на $so(4)$, $[\ , \]$ – коммутатор в $so(4)$.

Поле сил определяем по аналогии с полем, используемым при моделировании воздействия сопротивляющейся среды на твёрдое тело в условиях струйного обтекания.