

ЗАСЕДАНИЯ СЕМИНАРА «АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ГЕОМЕТРИИ И МЕХАНИКИ» ИМ. ПРОФ. В. В. ТРОФИМОВА, ПРОВОДИЩЕГОСЯ НА МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОМ ФАКУЛЬТЕТЕ МГУ ИМ. М. В. ЛОМОНОСОВА ПОД РУКОВОДСТВОМ С. А. АГАФОНОВА, Д. В. ГЕОРГИЕВСКОГО И М. В. ШАМОЛИНА

© 2009 г. **Д. В. ГЕОРГИЕВСКИЙ, М. В. ШАМОЛИН**

Заседание 179 (8 февраля 2008 г.) в рамках научно-образовательной программы для школьников по механике, робототехнике и курсы повышения квалификации, СУНЦ МГУ

Георгиевский Д. В., Шамолин М. В. *II-теорема теории размерностей (к 100-летию доказательства).*

Близится сто лет со времени доказательства одного из самых ярких и универсальных утверждений в механике и физике — II-теоремы теории размерностей, позволяющей, не решая начально-краевых задач и даже не располагая математическими моделями явлений, а только из соображений размерности выводить зависимости одних величин от других. Как выясняется, конкретную дату столетия назвать трудно, поскольку в мировой литературе по истории механики на протяжении всего XX века не было единого мнения относительно авторства доказательства II-теоремы.

В докладе рассказывается о размерностях физических величин, связанных с комбинациями единиц измерения — эталонных масштабов, служащих для измерения. Единицы измерения делятся на основные и производные. Вводятся классы систем единиц измерения как совокупности систем единиц измерения, отличающихся между собой только величиной, но не природой основных единиц. Формулируются леммы о степенном выражении размерности и об унарном выборе размерности. Определяется базис снятия размерности как максимальный набор размерно независимых величин, через размерности которых степенным образом выражаются размерности всех остальных величин в задаче. Дается формулировка II-теоремы, с чисто математической точки зрения означающей, что в природе все физические законы, связывающие одни величины с другими, описываются обобщённо однородными функциями.

В качестве иллюстраций приведён анализ размерностей в трех задачах: распространение возмущений при сильном точечном взрыве в атмосфере, обтекание неподвижного шара потоком вязкой жидкости и определение периода малых колебаний для математического маятника. Вводятся безразмерные числа Рейнольдса, Фруда, Струхалея. Затрагиваются вопросы масштабного моделирования и соблюдения критериев подобия в натурной и модельной системах.

Заседание 180 (15 февраля 2008 г.)

Сибгатуллин И. Н. *Бифуркации и аттракторы в двухдиффузионной конвекции.*

Рассматривается конвективное течение плоского горизонтального слоя раствора, заключенного между двумя бесконечными горизонтальными пластинами. Анализируется численное решение, полученное с помощью метода Бубнова—Галёркина. Показана эволюция неустойчивых режимов с ростом надкритичности. Показана последовательность бифуркаций удвоений предельных циклов, приводящая к стохастическому режиму. Обнаружено, что возникающий странный аттрактор имеет вид листа Мёбиуса с четырьмя петлями, которые при дальнейшем росте надкритичности сливаются в один сплошной лист Мёбиуса. При этом отображение Пуанкаре имеет вид одномерной кривой с одним минимумом и без самопересечений. В дальнейшем система проходит через окна периодичности, после чего отображение Пуанкаре приобретает сложную структуру, но сохраняет вид одномерной кривой.

Заседание 181 (22 февраля 2008 г.)

Никабадзе М. У. *К теориям тонких тел.*

Рассмотрены новые параметризации однослойных и многослойных тонких тел, при которых поперечная координата принимает значения из сегмента $[0, 1]$, а также эффективная параметризация, при которой поперечная координата принимает значения из отрезка $[-1, 1]$. Выбор таких параметризаций упрощает применение систем ортогональных полиномов Лежандра и Чебышева. Построено тензорное исчисление при этих параметризациях области тонкого тела. Введены в рассмотрение компоненты переноса, основные компоненты и компоненты контакта единичного тензора второго ранга (ЕТВР). Дано представление ЕТВР. С помощью компонент переноса ЕТВР осуществлена связь между различными семействами параметризаций. Компоненты переноса и компоненты ЕТВР, зависящие от поперечной координаты, представлены в виде рядов относительно этой координаты. Сформулированы фундаментальные теоремы для областей тонких тел.

Получены дополнительные рекуррентные соотношения для полиномов Лежандра и Чебышева, играющие важную роль при построении различных уточненных вариантов теорий тонких тел. Введены характерные для теорий тонких тел дифференциальные операторы, и даны различные представления следующих дифференциальных операторов: градиента, повторного градиента, ротора, дивергенции, лапласиана, повторной дивергенции и градиента дивергенции. Построена теория моментов относительно полиномов Лежандра и Чебышева. В частности, получены моменты важных выражений и упомянутых выше дифференциальных операторов. Найдены выражения для момента k -го порядка произведения двух функций на произвольную степень поперечной координаты. Получены системы уравнений движения и притока тепла и определяющих соотношений физического и теплового содержания в моментах для теории тонких тел. Выведены граничные и начальные условия в моментах. Рассмотрены несколько методов редукции бесконечной системы к конечной системе. Даны постановки связанной и несвязанной динамических задач в моментах приближения (r, N) , а также нестационарной температурной задачи в моментах. Рассмотрены частные случаи постановок задач. При упрощенной схеме приведения бесконечной системы уравнений к конечной системе для любого приближенного решения в теоретически возможных случаях построено корректирующее слагаемое, учет которого обеспечивает выполнение граничных условий на граничных поверхностях тонкого тела.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных исследований, гранты №№ 08-01-00353-а, 08-01-00251-а.

Заседание 182 (7 марта 2008 г.)

Георгиевский Д. В. *Задачи устойчивости течений с нелинейными определяющими соотношениями.*

Изучается устойчивость процессов деформирования материалов с определяющими соотношениями, связывающими напряжения и скорости деформаций, которые описываются изотропными, вообще говоря, тензорно нелинейными функциями. Приводятся необходимые сведения из теории тензорных функций, включая взаимосвязи инвариантов, условия потенциальности, случаи квазилинейности, а также устанавливается соответствие с терминологией, принятой в механике сплошной среды (речь идёт о вязкопластических, идеальнотвёрдопластических средах, нелинейновязких и ньютоновских жидкостях).

Формулируется линеаризованная задача устойчивости относительно возмущений скоростей и давления, в которой участвуют полученные после линеаризации определяющие соотношения. В качестве граничных условий могут быть выбраны не только традиционные условия прилипания, но и статические условия, а также условия на соответствующей свободной поверхности.

Для анализа данной задачи устойчивости аналитически развивается метод интегральных соотношений, позволяющий получать достаточные оценки для устойчивости в энергетических пространствах L^2 или H^2 , т.е. нижние оценки критических параметров. Доказываются основные теоремы устойчивости, относящиеся к нестационарному и стационарному основным течениям. В случае стационарности задача устойчивости сводится к спектральной проблеме и анализу поведения на комплексной плоскости спектрального параметра.

Для сдвиговых основных течений доказывается обобщённая теорема Сквайра, налагающая условия, при которых картину возмущений достаточно выбирать только в плоскости сдвига.

В качестве иллюстрирующих примеров приводится анализ с помощью метода интегральных соотношений классического уравнения Орра—Зоммерфельда с различными граничными условиями, а также обобщённого уравнения Орра—Зоммерфельда, описывающего сдвиговую устойчивость вязкопластического материала (модель Шведова—Бингама). В последнем случае делается вывод о стабилизирующем влиянии пластической составляющей по отношению к чисто вязкому течению.

Заседание 183 (21 марта 2008 г.)

Носова З. М., Сухинин С. Н. (ЦНИИМАШ, г. Королев) *Эффекты погранслоя при исследовании осесимметричного напряженно-деформированного состояния трехслойных композитных оболочек.*

Рассматриваются композитные трёхслойные оболочки с так называемым лёгким наполнителем. Приведены разрешающие соотношения для исследования осесимметричного напряженно-деформированного состояния трехслойных композитных цилиндрических оболочек и дан их анализ. Исследование напряженно-деформированного состояния проводится на основе наиболее общей математической модели, основанной на предположениях ломаной линии; т.е. несущие слои в трёхслойном пакете рассматриваются как тонкие оболочки, для которых справедливы классические условия, а для наполнителя принимается линейный закон распределения перемещений по толщине. В частности, из модели ломаной линии следует модель прямой линии и классическая модель неизменной нормали. Решены некоторые неклассические задачи нагружения трехслойных оболочек с учетом влияния напряженно-деформированного состояния типа погранслоя. Показаны специфические особенности напряженно-деформированного состояния типа погранслоя в трёхслойных оболочках при неклассическом нагружении торцевым моментом, например, через один из несущих слоёв. Исследовано влияние жесткости наполнителя на поперечные сдвиги. Приводятся критерии применимости различных математических моделей (ломаной линии, прямой линии, классической модели оболочек).

Заседание 184 (28 марта 2008 г.)

Никабадзе М. У. *Эффекты погранслоя при исследовании осесимметричного напряженно-деформированного состояния трехслойных композитных оболочек.*

Рассмотрены классическая параметризация (в качестве базы выбирается центральная линия), параметризация с несколькими базовыми линиями и параметризация при произвольной базовой линии криволинейных тонких тел, имеющих два малых размера и поперечные сечения в виде прямоугольника и параллелограмма. При этом в случае классической параметризации и параметризации при произвольной базовой линии поперечные координаты принимают значения из отрезка $[-1, 1]$, а при новой параметризации (с несколькими базовыми линиями) — из отрезка $[0, 1]$. Выбор таких параметризаций упрощает применение систем ортогональных полиномов Лежандра и Чебышева. Найдены выражения компонент единичного тензора второго ранга (ЕТВР) при этих параметризациях. Среди компонент ЕТВР компоненты переноса играют особую роль. С их помощью осуществляются связи между геометрическими объектами при различных семействах параметризаций. Сформулированы фундаментальные теоремы для областей тонких тел с двумя малыми размерами.

Получены представления градиента, повторного градиента и некоторых других дифференциальных операторов, а также уравнений движения и притока тепла, законов Гука и теплопроводности Фурье, называемых определяющими соотношениями (ОС) моментной механики деформируемого твердого тела. С использованием ранее полученных рекуррентных соотношений систем полиномов Лежандра и Чебышева построены теории моментов относительно этих систем полиномов. В частности, найдены выражения для моментов производных первого и второго порядков тензорной функции и компонент тензоров, а также некоторых дифференциальных операторов от этих величин. При этом разложения величин в ряды Фурье—Лежандра и Фурье—Чебышева производятся как по двум поперечным координатам, так и по одной поперечной координате. Далее, с помощью соотношений теории моментов из представленных уравнений и ОС при рассмотренных параметризациях получены соответствующие соотношения в моментах неизвестных величин относительно систем полиномов Лежандра и Чебышева второго рода. Кроме того, получены граничные и начальные условия в моментах. Рассмотрены несколько методов редукции бесконечной

системы уравнений к конечной системе. В частности, при разложении величин по двум координатам рассмотрены методы нормированных и частично нормированных моментов полей тензоров напряжений и моментных напряжений, а также упрощенный метод редукции бесконечной системы уравнений к конечной системе. При разложении величин относительно одной координаты рассматриваются метод нормированных моментов и упрощенный метод редукции бесконечной системы уравнений к конечной системе.

Даны постановки связанной и несвязанной динамических задач в моментах приближения (r, M, N) моментной термомеханики деформируемого твердого тонкого тела с двумя малыми размерами, а также нестационарной температурной задачи в моментах приближения (r, M, N) при разложении по двум координатам. Даны аналогичные формулировки задач в моментах приближения (r, M) в случае разложения величин относительно одной координаты.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных исследований, гранты №№ 08-01-00353-а, 08-01-00251-а.

Заседание 185 (4 апреля 2008 г.)

Шамолин М. В. *Новые случаи интегрируемости в динамике четырехмерного твердого тела в неконсервативном поле сил.*

Проводится обзор некоторых случаев полной интегрируемости плоскопараллельного и пространственного (трехмерного) движения твердого тела в сопротивляющейся среде (неконсервативное поле сил).

Предполагается, что все взаимодействие (четырёхмерного) твердого тела со средой сосредоточено на той части (трехмерной) поверхности тела, которая имеет форму (трехмерного) шара. При этом тензор угловой скорости движения такого тела имеет шесть независимых компонент, а скорость центра масс четырехмерна.

Итак, четырехмерное твердое тело движется в сопротивляющейся среде, заполняющей четырехмерную область евклидова пространства, и все взаимодействие среды с телом сосредоточено на той части (трехмерной) поверхности тела, которая имеет форму трехмерного диска D^3 .

Расстояние от точки приложения силы сопротивления до центра D диска является функцией угла атаки α , который измеряется между скоростью \mathbf{v} точки D и средним перпендикуляром к диску, опущенным из центра масс тела, в четырехмерном пространстве, а также компонент тензора угловой скорости.

Сила сопротивления ортогональна в четырехмерном пространстве к диску D^3 и равна $S = s(\alpha)v^2$, $|\mathbf{v}| = v$.

Проводится полный качественный анализ динамической части уравнений движения, которые сводятся к динамической системе на касательном расслоении трехмерной сферы S^3 . При соблюдении некоторых естественных условий показана полная интегрируемость системы динамических уравнений.

Заседание 186 (11 апреля 2008 г.)

Георгиевский Д. В. *Асимптотический анализ и гипотезы в классической задаче Прандтля.*

Плоская задача о квазистатическом сжатии между недеформируемыми шероховатыми плитами тонкого идеальнопластического слоя (задача Прандтля) имеет хорошо известное аналитическое решение во всех точках, достаточно далёких от среднего сечения слоя и его концов. Это решение (как статическая, так и кинематическая его составляющие) выведено на основе гипотезы Прандтля о линейности по толщине слоя касательного напряжения, принимающего своё максимальное по модулю значение на поверхностях плит (если плиты абсолютно шероховаты, то это значение есть предел текучести при сдвиге). Гипотеза Прандтля нашла широкое подтверждение в экспериментах, проводившихся после 1923 г., когда вышла в свет первая работа Л. Прандтля на эту тему.

Вместе с тем возникает вопрос о возможности построения классического решения данной задачи при отказе от каких-либо статических или кинематических гипотез, накладываемых на заранее неизвестные величины, и о существовании других математических решений, в которых эти гипотезы не реализуются и которые сами в эксперименте не наблюдаются.

В данной работе на основе асимптотического анализа с естественным малым геометрическим параметром единственным образом получено точное решение (в смысле конечности членов асимптотических разложений), совпадающее с обобщённым решением Прандтля на случай произвольного коэффициента шероховатости плит. Строго показана неправомерность таких асимптотик вблизи среднего сечения слоя, где построено другое, внутреннее, асимптотическое разложение. Решение, соответствующее внутреннему разложению, также точно в отмеченном выше смысле и моделирует сжатие тонкой вертикальной полосы в середине слоя. Осуществлены два возможных варианта сращивания указанных разложений в сечении, удалённом от середины на расстояние, равное толщине слоя.

Заседание 187 (18 апреля 2008 г.)

Сабитов И. Х., Словеснов А. В. *Ленты Мёбиуса: математические и механические аспекты.*

Заседание 188 (16 мая 2008 г.)

Покровский И. Л. (МГТУ им. Н. Э. Баумана) *О неограниченности решений краевых задач с нелокальными коэффициентами.*

При выполнении некоторых условий у ряда нелинейных параболических и гиперболических уравнений с нелокальными коэффициентами отсутствует разрешимость в целом. При этом речь идёт об обращении в бесконечность за конечное время нормы решения в некотором функциональном пространстве (так называемое «blow-up solution»). Доказательства основных утверждений опираются на свойства решений обыкновенных дифференциальных уравнений и неравенств, являющиеся следствиями теории дифференциальных неравенств Чаплыгина—Петровича.

Заседание 189 (23 мая 2008 г.)

Промыслова А. С. *Развитие метода ускоренной сходимости и численно-аналитическое исследование проблемы Штурма—Лиувилля.*

Разработан численно-аналитический метод решения обобщённой задачи Штурма—Лиувилля с комплексными коэффициентами, являющийся развитием метода ускоренной сходимости. С помощью этого метода с выведенной оценкой собственного числа за несколько итераций получается искомого решение. В качестве одного из приложений исследована задача о продольных и крутильных колебаниях упругих стержней переменного поперечного сечения (концентраторов) для различных форм боковой поверхности, типов граничных условий и областей частот колебаний. Построены графики коэффициентов усиления концентратора в зависимости от отношения радиусов оснований. Разработан аналитический метод получения первого члена асимптотического разложения по малому безразмерному пределу текучести любого дискретного собственного значения обобщённой задачи Рэлея.

Заседание 190 (30 мая 2008 г.) *(юбилейное заседание, посвященное 75-летию образования механико-математического факультета Московского Государственного Университета имени М. В. Ломоносова)*

Заседание 191 (6 июня 2008 г.)

Агафонов С. А. (МГТУ им. Н. Э. Баумана) *Численно-аналитическое исследование динамики ротора в бесконтактном подвесе.*

В работе получена математическая модель ротора, установленного на упругом валу и вращающегося с переменной угловой скоростью. Учитывается действие на ротор диссипативных сил, пропорциональных скорости центра масс ротора. В линейной постановке уравнения движения представляют систему обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) с периодическими коэффициентами. Найдена граница первой зоны динамической неустойчивости, соответствующая главному параметрическому резонансу. Проведено численное решение системы ОДУ, и представлены соответствующие графики.

Заседание 192 (20 июня 2008 г.)

Улуханян А. Р. *Моделирование призматических тонких тел с одним малым размером с применением системы полиномов Лежандра.*

Применяется классическая параметризация области тонкого тела. При этой параметризации выписаны компоненты переноса единичного тензора второго ранга. Выписаны моменты первых производных. Получены моменты дифференциальных операторов (градиента, дивергенции, ротора),

ковариантных производных произвольной функции относительно системы полиномов Лежандра с использованием известных, а также некоторых полученных рекуррентных соотношений для этих полиномов.

Получены уравнения движения моментной теории для компонент векторов перемещения и вращения в моментах относительно систем полиномов Лежандра с учетом граничных условий как кинематического, так и физического содержания на поверхностях тел. Выведена система уравнений теорий тонких призматических тел для компонент этих векторов в моментах относительно системы полиномов Лежандра в случае неоднородной базовой поверхности среды переменной толщины.

Для ортотропного, трансверсально-изотропного и изотропного тонких однородных призматических тел постоянной толщины получены системы уравнения нулевого, первого и второго приближений.

Заседание 193 (27 июня 2008 г.)

Ваганов П. А., Георгиевский Д. В. *О концепции доминирующих волн в гравитационно неустойчивых системах.*

Важным физико-механическим свойством массивных слоистых систем (геоструктур) в поле силы тяжести является их гравитационная устойчивость либо неустойчивость. Факт наличия либо отсутствия устойчивости состояния покоя относительно малых возмущений, вообще говоря, не эквивалентен тому, имеется или нет в системе инверсия плотности. В работе с привлечением современных вычислительных средств проводится исследование малых колебаний многослойной вязкой системы вблизи состояния покоя. Согласно концепции доминирующих волн при развитии гравитационной неустойчивости, основной интерес сосредоточен на анализе зависимости длин таких волн от безразмерных параметров задачи.

Заседание 194 (26 сентября 2008 г.)

Улуханян А. Р. *О решениях систем уравнений первого и второго приближений при математическом моделировании призматических тонких тел полиномами Лежандра.*

При классической параметризации области тонкого тела для ортотропного, трансверсально-изотропного и изотропного тонких однородных призматических тел постоянной толщины получены системы уравнения нулевого, первого и второго приближений относительно систем полиномов Лежандра.

В нулевом приближении моментной теории в случае изотропной среды относительно моментов нулевого порядка третьих компонент векторов перемещения и вращения получены волновые уравнения четвертого порядка.

В первом приближении для третьей компоненты вектора перемещения получено волновое уравнение поперечных колебаний типа Тимошенко, откуда видно, что коэффициент сдвига для пластин тождественно равен единице, а при равном 0,5 коэффициенте Пуассона коэффициент при ускорении в уравнении обращается в нуль.

Приведена постановка динамической задачи четвертого порядка для прямоугольной пластины при разных начальных условиях.

Заседание 195 (10 октября 2008 г.)

Ванько В. И., Махов И. А. (МГТУ им. Н. Э. Баумана) *Аэродинамическая задача Ньютона: существование и единственность решения.*

На основании решения задачи об усеченном конусе наименьшего лобового сопротивления (комментарии А. Н. Крылова к «Математическим началам натуральной философии» И. Ньютона) следует вывод: передняя часть тела вращения наименьшего лобового сопротивления должна быть плоской (затупленной). При проектировании передней части летательного аппарата (г.ч.л.а.) задаются три величины: радиус затупления r_0 , высота h и радиус донной части R ($R > r_0$), причем образующая соответствующей поверхности вращения пересекает плоскую переднюю часть под углом 135° .

Исследуется вопрос о существовании и единственности решения аэродинамической задачи Ньютона. Приводится пример проектирования г.ч.л.а.

Заседание 196 (17 октября 2008 г.)

Окулова Н. Н. *Численное решение задач нестационарного течения вязкопластического материала.*

Работа посвящена разработке численного конечно разностного метода решения одномерных нестационарных задач вязкопластического течения. С помощью него исследована серия задач, не имеющих автомодельных решений: задач о течении вязкопластического материала в кольцевой области, между двумя пластинами и в цилиндрической трубе. Установлено существование режимов течения с двумя и тремя границами раздела зоны течения и жёсткой зоны. Исследованы вопросы перехода из одного режима в другой, а также зарождения, слияния и исчезновения линий раздела. В задаче о диффузии вихревого слоя в вязкопластической полуплоскости получена новая аналитическая оценка границы жёсткой зоны. В вязкопластическом аналоге задачи Кармана аналитически найдены характерные точки асимптотических границ жёстких зон при стремлении безразмерного предела текучести к нулю.

Заседание 197 (31 октября 2008 г.)

Минаждинова Л. А., Плышевская Т. К. (Магнитогорский ГУ) *Функционально-дифференциальные уравнения: обзор постановок задач и некоторые результаты.*

Рассматриваются функционально-дифференциальные уравнения (ФДУ) с отклоняющимся аргументом. Отдельные результаты в области ФДУ получены более 200 лет назад в работах И. Бернулли, Л. Эйлера, но систематическое изучение таких уравнений началось лишь в 40-х годах 20-го века одновременно с развитием таких областей науки и техники, в которых учет запаздывания является настоятельно необходимым (В. Вольтерра, А. Д. Мышкис).

Перечислены некоторые приложения дифференциально-разностных уравнений запаздывающего и нейтрального типов в биологии (уравнение В. Лондона и Я. Йорка), в электротехнике (Р. Брайтон, Э. Драйвер, В. П. Рубаник), в авиационной технологии (А. Л. Скубачевский).

Характерной чертой, определяющей специфику рассмотренных уравнений, является наличие оператора внутренней суперпозиции. Показано, что краевые задачи для ФДУ нейтрального типа можно свести к операторному уравнению. Анализ результатов исследования уравнений нейтрального типа приводит к выводу, что следует отдельно изучить свойства оператора внутренней суперпозиции и потом исследовать оператор, неподвижными точками которого являются решения рассматриваемой задачи. Операторное уравнение рассматривается в пространствах функций, суммируемых относительно меры, специально выбранной по виду оператора внутренней суперпозиции. Предлагается конструкция такой меры, рассмотрены ее свойства. На основании этих свойств с помощью известных теорем о неподвижных точках оператора доказаны теоремы о существовании решений операторного уравнения и непрерывная зависимость решений от параметров.

Заседание 198 (14 ноября 2008 г.)

Квачев К. В. *Устойчивость осесимметричных аэроупругих колебаний цилиндрической оболочки с помощью метода Ляпунова—Мовчана.*

Исследована постановка краевой задачи о квазистационарных колебаниях упругой цилиндрической оболочки в потоке газа, закреплённой с одной стороны и свободной с другой. Приняты гипотезы поршневой теории. Представлен возможный вариант функционала для исследования устойчивости осесимметричных колебаний согласно теоремам метода Ляпунова—Мовчана. Обсуждена отрицательная определённости производной по времени этого функционала в силу системы уравнений.

Заседание 199 (21 ноября 2008 г.)

Шамолин М. В. *Случаи полной интегрируемости в динамике симметричного четырехмерного твердого тела в неконсервативном поле.*

Работа представляет собой законченный результат по исследованию уравнений движения динамически симметричного четырехмерного твердого тела в двух логически возможных случаях вида его тензора инерции, находящегося в неконсервативном поле сил, построенном из поля силы сопротивления, взятого из динамики трехмерного твердого тела, взаимодействующего со средой.

Исследованию случаев полной интегрируемости уравнений движения четырехмерного твердого тела посвящено огромное количество работ. Так, при исследовании «маломерных» уравнений движения вполне конкретных (двумерных и трехмерных твердых тел в неконсервативном поле сил

(а именно, в поле сил сопротивления)) возникла идея обобщить уравнения на случай движения четырехмерного твердого тела в аналогичном поле неконсервативных сил. В результате такого обобщения получились два случая интегрируемости в задаче о движении тела в сопротивляющейся среде, заполняющей четырехмерное пространство, при наличии некоторой следящей силы, позволяющей методическим образом понизить порядок общей системы динамических уравнений движения.

Заседание 200 (5 декабря 2008 г.) (юбилейное заседание, а также посвященное памяти Патриарха Московского и Всея Руси Алексия II)

Заседание 201 (12 декабря 2008 г.)

Агафонов С. А. (МГТУ им. Н. Э. Баумана) *Об устойчивости относительного равновесия солнечного паруса.*

Заседание 202 (19 декабря 2008 г.)

Максимов В. В. (Карагандинский ГУ, Казахстан) *Выбор рациональных параметров пред-напряженного состояния рамной конструкции.*

Заседание 203 (26 декабря 2008 г.)

Георгиевский Д. В. *Асимптотики решений трехмерных динамических уравнений Ламе для сжимаемых и несжимаемых тел.*

Проведён анализ главных членов общих асимптотических разложений решений первой краевой задачи трёхмерной динамической теории упругости в перемещениях. Отдельно рассмотрены принципиально различные в постановочном плане случаи сжимаемого и несжимаемого тела. Естественным малым асимптотическим параметром является отношение минимального характерного размера упругого тела к максимальному. При этом третий размер может иметь любой «промежуточный», включая концы, порядок. Такой геометрией обладает, например, тело, одновременно имеющее характерные макро-, микро- и наноразмеры по трём осям координат.

Асимптотический анализ показал, что для существования и единственности главных членов асимптотик перемещений внутри области трёхмерного тонкого тела необходимо, чтобы порядки (по малому геометрическому параметру) задаваемых на границе компонент перемещений были связаны друг с другом определённым образом. Для квазистатического приближения эта связь представлена графически. Выписаны точные решения систем главного приближения в перемещениях.

Д. В. Георгиевский
Московский Государственный
университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: georgiev@mech.math.msu.su

М. В. Шамолин
Московский Государственный
университет им. М. В. Ломоносова,
Институт механики, Москва, Россия
E-mail: shamolin@imec.msu.ru