ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ОРЛОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. И.С. ТУРГЕНЕВА
ВОЕННО-ВОЗДУШНАЯ АКАДЕМИЯ им. ПРОФЕССОРА Н.Е. ЖУКОВСКОГО И Ю.А. ГАГАРИНА
ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕРМСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ, ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ (ПМТУКТ-2023)

Сборник трудов
Международной научной конференции
Воронеж, 04 – 06 декабря 2023 г.

ВОРОНЕЖ
2023

УДК 517.94 (95, 97, 62,63), 519.17 (67, 71, 977)
ББК В22
С56

Оргкомитет:
председатель: декан математического факультета, заведующий кафедрой математического моделирования ВГУ, *М.Ш. Бурлуцкая;*
сопредседатель: профессор, заведующий кафедрой управления СПбГУ, *А.П. Жабко;*
зам. председателя: профессор *В.В. Провоторов,* ВГУ, профессор *В.В. Малыгина*, ПГНИУ доцент, *А.В. Иванов*, ВУНЦ ВВС «ВВА»;
члены оргкомитета: профессор *С.Г. Тихомиров*, *А.А. Парт, О.Р. Корчагина*

Программный комитет:
председатель: декан факультета прикладной математики-процессов управления СПбГУ *Л.А. Петросян;* сопредседатели: декан факультета прикладной математики, механики и информатики ВГУ, С.*Н. Медведев;* декан математического факультета, заведующий кафедрой математического моделирования ВГУ, *М.Ш. Бурлуцкая*;
зам. председателя: *А.П. Жабко, В.П. Максимов, В.В. Провоторов*;
члены программного комитета**:** *А.В. Ильин, А.Ю. Александров, А.П. Афанасьев, В.К. Битюков, Л.Н. Борисоглебская, А.В. Боровских, L. Berezanski, Р.В. Воронов, Г.В. Демиденко, С.М. Дзюба, A. Domoshnitsky, Я.М. Ерусалимский, Е.С. Жуковский, С.Е. Жуковский, В.Г. Задорожний, Е.В. Ильинов, А.В. Иванов, А.М. Камачкин, Т.М. Леденева, Н.Ю. Лукоянов, В.В. Малыгина, К.Б. Нуртазина, С.Л. Подвальный, А.А. Рогов, Т.И. Смирнов, Д.С. Сайко, A. Shindiapin, А.И. Шашкин, А.П. Хромов, А.Д. Чернышов, В.А. Юрко*

С56 **Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий (ПМТУКТ-2023):** сборник трудов Международной научной конференции, Воронеж, 04-06 декабря 2023 г. / под ред. В.В. Провоторова. – Воронеж: Воронежский государственный педагогический университет, 2023. – 148 с.

ISBN 978-5-907621-20-6

В сборнике представлены статьи по материалам докладов и лекций, включенных в программу Международной научной конференции ПМТУКТ-2023. Тематика охватывает широкий спектр проблем прикладной математики, теории управления, дифференциальных игр, качественных методов математического моделирования в различных разделах естествознания (биология, медицина, химия), другие разделы современ-ной прикладной математики (в том числе экономического характера). Представлены приближенные методы исследования математических моделей, компьютерные технологии в процессах управления, а также современные компьютерные технологии создания программных продуктов.

© Воронежский государственный университет, Санкт-Петербургский государственный университет, Военно-воздушная академия им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина, Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
© Воронежский государственный педагогический университет, редакционно-издательская обработка, 2023

ISBN 978-5-907621-20-6

Литература

1. Горыня Е. В., Колпак Е. П., Гасратова Н. А. Динамика внешней торговли РФ// Международный научно-исследовательский журнал. 2022. №7 С.126-132.

2. Материалы TradeMap. [Электронный ресурс] URL: https://www.trademap.org/ (дата обращения: 12.11.2023).

УДК 517+531.01

М.В. Шамолин

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, г. Москва

СТРУКТУРА ДИАГНОСТИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА В ЗАДАЧАХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ И ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ

1. Разрыв векторного поля динамической системы как обобщенная неисправность. Рассмотрим неавтономную динамическую систему, заданную достаточно гладким векторным полем $v(x, t)$, на гладком многообразии $M^n\{x\}\times\mathbf{R}^1\{t\}$, $x = (x_1, \ldots, x_n)$: $dx/dt = v(x, t)$, при этом поле v имеет компоненты $v_1(x, t),\ldots,v_n(x, t)$ в координатах x, t.

Определение 1. Если в какой-то момент времени t_0 произошел разрыв правой части динамической системы в точке (x_0, t_0) фазового пространства, то будем говорить, что в момент времени t_0 в системе произошла (обобщенная) неисправность.

Конечно, описанная только что ситуация встречалась в классических работах [1, 2]. Но мы выбираем данный стиль изложения именно для описания задач дифференциальной (топологической) диагностики.

Неисправность, в частности, отказ датчика может быть обусловлен исчезновением сигнала, поступившего на вход датчика, или отказом прибора, формирующего оператор при входном сигнале, или и тем, и другим одновременно.

2. Окрестности опорных неисправностей. Мы предполагаем, что для рассматриваемой управляемой динамической системы выполнены условия теорем существования и единственности решений, о непрерывной зависимости решений от начальных условий и параметра на конечном промежутке времени, а также о продолжаемости решений до границы на любом компактном множестве фазового пространства.

Конечному набору (формально попарно различных) датчиков системы управления движением объекта можно поставить в соответствие конечный набор H опорных неисправностей $H = \|H_j\|_{j=1}^{l}$ из класса возможных [3–5].

В силу принятых естественных предположений все процессы в рассматриваемой управляемой динамической системе предполагаются протекающими непрерывно. Если в некоторый заранее неизвестный момент времени t_0 в рассматриваемой системе возникнет некоторая неисправность из определенного списка H или неисправность, не предусмотренная списком H, но «близкая» в соответствующей метрике к какой-нибудь из списочной неисправности, то траектория рассматриваемой системы в последующее время при $t \geq t_0$ будет непрерывно продолжаемой.

Очевидно, что в силу непрерывности процессов, если неучтенная списком H непредвиденная неисправность произойдет в «близкой» к H_j области, то траектории рассматриваемой системы с этими неисправностями будут мало отличимы.

Итак, мы имеем так называемое множество опорных неисправностей, при этом каждая имеющаяся опорная неисправность изолирована, в силу конечного их числа l. Введем понятие окрестности опорной неисправности.

© Шамолин М.В., 2023

Определение 2. Окрестностью O_j (областью влияния) опорной неисправности H_j (с фиксированным номером j) из H назовем множество таких точек фазового пространства, что если в точке окрестности O_j, включая точку H_j, произойдет не предусмотренная списком H неисправность, развивающаяся по заранее неизвестному закону, то фазовые траектории рассматриваемой системы с этой неисправностью и с неисправностью H_j из H будут «мало» отличаться, и она будет распознаваема как одна из опорных неисправностей H.

Близость точек фазового пространства в каждом конкретном случае может определяться по-разному, в том числе и в топологии евклидова фазового пространства рассматриваемой управляемой динамической системы.

Неисправность, не предусмотренная списком H, но «близкая» к списочной неисправности H_j из окрестности O_j, то есть такая, при возникновении которой траектории системы будут «мало» отличаться от траекторий системы со списочной неисправностью H_j, будет распознаваться алгоритмом, решающим задачу обнаружения неисправности, как списочная неисправность H_j. Если же не предусмотренная списком H неисправность произойдет в области пересечения окрестностей O_j, она может быть обнаружена как одна из списочных неисправностей, окрестности которых образуют область пересечения.

Если рассматриваемая управляемая динамическая система неавтономна, то ее фазовым пространством является теоретико-множественное прямое произведение фазового множества «пространственных» координат на ось времени. Оно же является и интегральным пространством (т.е. пространством изображения решений). В этом пространстве окрестности неисправностей и необходимо рассматривать. Если же рассматриваемая управляемая динамическая система автономна, то ее фазовым пространством является фазовое множество собственно самих координат. Поэтому в этом случае окрестности неисправностей необходимо рассматривать в расширенном фазовом пространстве – прямом теоретико-множественном произведении множества самих координат на ось времени.

Математически строго говоря, окрестности опорных неисправностей являются открытыми множествами, если одним из теоретико-множественным сомножителем является вся прямая $\mathbf{R}^1\{t\}$, а не какая-то ее часть как замкнутое множество (например, числовой луч).

Определение 3. Опорные неисправности H из класса возможных, окрестности которых не пересекаются или пересекаются только вдоль прямых по оси времени, назовем невырожденными.

3. Математическая структура диагностического пространства. Таким образом, конечному набору попарно различных датчиков системы управления движением объекта, описываемым рассматриваемыми дифференциальными уравнениями, можно поставить в соответствие конечный набор H опорных невырожденных неисправностей из класса возможных. Если для конкретного датчика некоторые окрестности неисправностей, которыми он представлен в наборе H, пересекаются, то это, как уже отмечалось, не следует считать проблемой. Важно уметь диагностировать датчик, в котором произошла неисправность.

Определение 4. Диагностическим пространством назовем совокупность датчиков (в математическом смысле), которой становится в соответствие набор возможных опорных неисправностей H_j с их окрестностями O_j, подвергающихся диагностированию посредством опорных невырожденных неисправностей из класса возможных.

Математическую структуру всего диагностического пространства опишем следующим образом: (M; O_1, O_2, …, O_l; A_1, A_2, A_3), где M – множество неисправностей H_1, …, H_l из H вместе с их окрестностями O_1, …, O_l. Аксиомы A_1, A_2, A_3 определяются следующим образом:

A_1: $\forall\, H_j \in M\ \exists\, O_j\ (H_j \in O_j)$;

A_2: $\forall\, O_j\ \exists\, H_j\ (H_j \in O_j)$;

A_3: $H_j \in O_j \cap O_k \Rightarrow \exists O_p\ (H_j \in O_p \subset O_j \cap O_k \vee O_p \subset O_j \cup O_k)$.

В работе математическая структура диагностического пространства реализуется на ряде конкретных задач дифференциальной и топологической диагностики.

Литература

1. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью // Матем. сб. – 1960. – Т. 51(93), № 1. – С. 99–128.
2. Борисенок И.Т., Шамолин М.В. Решение задачи дифференциальной диагностики // Фундам. и прикл. матем. – 1999. – Т. 5. – Вып. 3. – С. 775–790.
3. Борисенок И.Т., Шамолин М.В. Решение задачи дифференциальной диагностики методом статистических испытаний // Вестник МГУ. Сер. 1. Математика. Механика. – 2001. – № 1. – С. 29–31.
4. Мироновский Л.А. Функциональное диагностирование динамических систем // Автоматика и телемеханика. – 1980. – № 3. – С. 96–121.
5. Пархоменко П.П., Сагомонян Е.С. Основы технической диагностики. – М.: Энергия, 1981.

УДК 517.9

А.Н. Шелковой©

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», г. Воронеж

СПЕКТРАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА С ПЕРИОДИЧЕСКИМ НЕЛОКАЛЬНЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

Пусть $L_2[0,2\pi]$ – гильбертово пространство комплексных измеримых (классов) функций, суммируемых с квадратом модуля со скалярным произведением вида $(x,y)=\int_0^{2\pi} x(\tau)\overline{y(\tau)}d\tau$. Через $W_2^2[0,2\pi]$ обозначим пространство Соболева $\{x \in L_2[0,2\pi] : x'$ абсолютно непрерывна, $x'' \in L_2[0,2\pi]\}$. Рассматривается дифференциальный оператор

$$L : D(L) \subset L_2[0,2\pi] \to L_2[0,2\pi],$$

задаваемый выражением вида

$$(Ly)(t) = -\ddot{y}(t) + y(t)$$

и нелокальными краевыми условиями

$$y(0) = y(2\pi) + \int_0^{2\pi} a_0(t)y(t)dt,\ \ \dot{y}(0) = \dot{y}(2\pi) + \int_0^{2\pi} a_1(t)y(t)dt,$$

где a_0 и a_1 – функции из $L_2[0,2\pi]$.

© Шелковой А.Н., 2023