ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ОРЛОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. И.С. ТУРГЕНЕВА
ВОЕННО-ВОЗДУШНАЯ АКАДЕМИЯ им. ПРОФЕССОРА Н.Е. ЖУКОВСКОГО
И Ю.А. ГАГАРИНА
ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕРМСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ, ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ (ПМТУКТ-2022)

Сборник трудов
Международной научной конференции

Воронеж, 13–16 декабря 2022 г.

ВОРОНЕЖ
2022

УДК 51
ББК 22я73
С56

Оргкомитет:
председатель: декан математического факультета,
заведующий кафедрой математического моделирования ВГУ *М.Ш. Бурлуцкая;*
сопредседатель: профессор, заведующий кафедрой управления СПбГУ *А.П. Жабко;*
заместители председателя: профессор ВГУ *В.В. Провоторов*;
доцент *В.В. Малыгина*, ПГНИУ, доцент *А.В. Иванов*, ВУНЦ ВВС «ВВА»;
члены оргкомитета: *С.Г. Тихомиров*, *А.А. Парт, О.Р. Корчагина*
Программный комитет:
председатель: декан факультета прикладной математики – процессов управления СПбГУ *Л.А. Петросян;*
сопредседатели: декан факультета прикладной математики, механики и информатики ВГУ *С.Н. Медведев;*
декан математического факультета,
заведующий кафедрой математического моделирования ВГУ *М.Ш. Бурлуцкая*;
заместители председателя: *А.П. Жабко, В.П. Максимов, В.В. Провоторов*;
члены программного комитета: *Е.И. Моисеев, А.В. Ильин, А.Ю. Александров, А.П. Афанасьев, В.К. Битюков, Л.Н. Борисоглебская, А.В. Боровских, Г.В. Демиденко, С.М. Дзюба, A. Domoshnitsky, Я.М. Ерусалимский, Е.С. Жуковский, С.Е. Жуковский, В.Г. Задорожний, А.В. Иванов, А.М. Камачкин, Н.Ю. Лукоянов, В.В. Малыгина, К.Б. Нуртазина, С.Л. Подвальный, А.А. Рогов, Т.И. Смирнов, Д.С. Сайко, A. Shindiapin, А.П. Хромов, А.Д. Чернышов, В.А. Юрко*

С56 **Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий (ПМТУКТ-2022):** сборник трудов Международной научной конференции, Воронеж, 13-16 декабря 2022 г. / под ред. В.В. Провоторова. – Воронеж: Воронежский государственный педагогический университет, 2022. – 124 с.

ISBN 978-5-00044-935-6

В сборнике представлены статьи по материалам докладов и лекций, включенных в программу Международной научной конференции ПМТУКТ-2022. Тематика охватывает широкий спектр проблем прикладной математики, теории управления, дифференциальных игр, качественных методов математического моделирования в различных разделах естествознания (биология, медицина, химия), другие разделы современной прикладной математики (в том числе экономического характера). Представлены приближенные методы исследования математических моделей, компьютерные технологии в процессах управления, а также современные компьютерные технологии создания программных продуктов.

УДК 51
ББК 22я73

© Воронежский государственный университет, Санкт-Петербургский государственный университет, Военно-воздушная академия им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина, Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, 2022
© Воронежский государственный педагогический университет, редакционно-издательская обработка, 2022

ISBN978-5-00044-935-6

УДК 517+531.01+531.552

МАЛОМЕРНЫЕ И МНОГОМЕРНЫЕ МАЯТНИКИ В НЕКОНСЕРВАТИВНОМ ПОЛЕ: АНАЛИЗ И ИНТЕГРИРУЕМОСТЬ

Шамолин М.В.

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, г. Москва

Работа посвящена новым случаям интегрируемости систем на касательном расслоении к конечномерной сфере. К такого рода задачам приводятся системы из динамики многомерного твердого тела, находящегося в неконсервативном поле сил. Исследуемые задачи описываются динамическими системами с переменной диссипацией с нулевым средним. Обнаружены случаи интегрируемости уравнений движения в трансцендентных (в смысле классификации их особенностей) функциях и выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций.

Работа представляет собой развитие результатов по интегрированию уравнений движения маломерного твердого тела, находящегося в некотором поле сил, построенном при условии квазистационарного взаимодействия твердого тела со средой (например, [1, 2]).

Построение неконсервативного силового поля, действующего на закрепленное многомерное твердое тело, опирается на результаты из динамики реальных закрепленных твердых тел, находящихся, в поле силы воздействия среды. Становится возможным изучение уравнений движения для многомерного тела в аналогично построенном поле сил и получение полного набора, вообще говоря, трансцендентных первых интегралов, выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций. Полученные результаты особенно важны в смысле присутствия в системе именно неконсервативного поля сил, поскольку ранее другими авторами использовалось поле сил лишь потенциальное [3, 4].

Ранее автором была показана интегрируемость уравнений плоскопараллельного движения закрепленного маятника в потоке набегающей среды при учете зависимости момента сил от угловой скорости тела, когда у системы динамических уравнений был найден в явном виде первый интеграл, являющийся трансцендентной (в смысле комплексного анализа) функцией квазискоростей. При этом все взаимодействие среды с телом сосредоточено на той части поверхности, которая имеет форму (одномерной) пластины. Позднее задача была обобщена на пространственный случай (сферический маятник), при этом был найден в явном виде полный набор трансцендентных первых интегралов. Здесь уже все взаимодействие среды с телом сосредоточено на той части его поверхности, которая имеет форму плоского (двумерного) диска. Также в дальнейшем исследовались уравнения движения закрепленных четырехмерных твердых тел различных типов динамической симметрии, где силовое поле сосредоточено на той части поверхности тела, которая имеет форму двумерного (трехмерного) диска, при этом силовое воздействие сосредоточено на двумерной плоскости (одномерной прямой), перпендикулярной данному диску. В работе показана интегрируемость в элементарных функциях совместных уравнений движения динамически симметричного закрепленного многомерного твердого тела под действием неконсервативной пары сил при наличии линейного демпфирующего момента (дополнительной зависимости силового поля от тензора угловой скорости тела).

Получены новые случаи интегрируемости неконсервативных динамических систем, обладающих нетривиальными симметриями. При этом почти во всех случаях интегрируемости каждый из первых интегралов выражается через конечную комбинацию элементарных функций, являясь одновременно трансцендентной функцией своих переменных. Трансцендентность в данном случае понимается в смысле комплексного анализа, когда после продолжения данных функций в комплексную область у них имеются существенно особые точки. Последний факт обуславливается наличием в системе

притягивающих и отталкивающих предельных множеств (как, например, притягивающих и отталкивающих фокусов или узлов, предельных циклов).

В начале систематизируются результаты по исследованию уравнений плоскопараллельного движения симметричного закрепленного твердого тела-маятника, находящегося в некотором неконсервативном поле сил. Его вид заимствован из динамики реальных закрепленных твердых тел, помещенных в однородный поток набегающей среды. Параллельно рассматривается задача о плоскопараллельном движении свободного твердого тела, также находящегося в подобном поле сил. При этом на данное свободное тело действует также неконсервативная следящая сила, либо заставляющая во все время движения величину скорости некоторой характерной точки твердого тела оставаться постоянной во времени (что означает наличие в системе неинтегрируемой сервосвязи), либо заставляющая центр масс тела двигаться прямолинейно и равномерно (что означает присутствие в системе пары сил).

Результаты относятся к случаю, когда все взаимодействие однородного потока среды с закрепленным телом сосредоточено на той части поверхности тела, которая имеет форму одномерного диска, при этом силовое воздействие сосредоточено в направлении, которое перпендикулярно данному диску. Данные результаты систематизируются и подаются в инвариантном виде.

Далее систематизируются результаты по исследованию уравнений пространственного движения динамически симметричного закрепленного твердого тела-маятника, находящегося в некотором неконсервативном поле сил. Его вид также заимствован из динамики реальных закрепленных твердых тел, помещенных в однородный поток набегающей среды. Параллельно рассматривается задача о пространственном движении свободного твердого тела, также находящегося в подобном поле сил. При этом на данное свободное тело действует также неконсервативная следящая сила, либо заставляющая во все время движения величину скорости некоторой характерной точки твердого тела оставаться постоянной во времени (что означает наличие в системе неинтегрируемой сервосвязи), либо заставляющая центр масс тела двигаться прямолинейно и равномерно (что означает присутствие в системе пары сил).

Результаты относятся к случаю, когда все взаимодействие однородного потока среды с закрепленным телом сосредоточено на той части поверхности тела, которая имеет форму двумерного диска, при этом силовое воздействие сосредоточено в направлении, которое перпендикулярно данному диску. Данные результаты систематизируются и подаются в инвариантном виде.

Далее моделируются многомерные аналоги [4, 5].

Литература

1. Шамолин М.В. Методы анализа динамических систем с переменной диссипацией в динамике твердого тела. – М.: Экзамен, 2007. 352 с.

2. Чаплыгин С.А. О движении тяжелых тел в несжимаемой жидкости // В кн. Полн. собр. соч. Т. 1. Л.: Изд-во АН СССР, 1933. – С. 133–135.

3. Шамолин М.В. Динамические системы с переменной диссипацией: подходы, методы, приложения // Фундам. и прикл. матем. – 2008. – Т. 14. – Вып. 3. – С. 3–237.

4. Шамолин М.В. Введение в задачу о торможении тела в сопротивляющейся среде и новое двухпараметрическое семейство фазовых портретов // Вестн. МГУ. Сер. 1. Матем. Механ. – 1996. – № 4. – С. 57–69.

5. Шамолин М.В. Автоколебания при моделировании воздействия среды на твердое тело // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий. Сб. тр. IX междунар. конф. “ПМТУКТ-2016” (Воронеж, 20–26 сентября 2016 г.), ред. И. Л. Батаронов, А. П. Жабко, В. В. Провоторов. – Воронеж: «Научная книга», 2016. – С. 398–401.

© Шамолин М.В.