



Общероссийский математический портал

Д. В. Георгиевский, М. В. Шамолин, Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина, *Итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее прил. Темат. обз.*, 2020, том 187, 3–11

DOI: <https://doi.org/10.36535/0233-6723-2020-187-3-11>

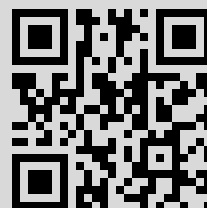
Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 212.34.48.132

12 апреля 2021 г., 21:26:44





ИТОГИ НАУКИ И ТЕХНИКИ.
Современная математика и ее приложения.
Тематические обзоры.
Том 187 (2020). С. 3–11
DOI: 10.36535/0233-6723-2020-187-3-11

УДК 517, 531.01

ЗАСЕДАНИЯ СЕМИНАРА
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА
МГУ ИМ. М. В. ЛОМОНОСОВА
«АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ГЕОМЕТРИИ И МЕХАНИКИ»
ИМ. ПРОФ. В. В. ТРОФИМОВА
ПОД РУКОВОДСТВОМ С. А. АГАФОНОВА,
Д. В. ГЕОРГИЕВСКОГО И М. В. ШАМОЛИНА

© 2020 г. Д. В. ГЕОРГИЕВСКИЙ, М. В. ШАМОЛИН

Аннотация. Приведена краткая информация о заседаниях семинара в 2018 г.

Ключевые слова: качественная теория динамических систем, геометрия, классическая механика, механика жидкости и газа, механика деформируемого твердого тела.

SESSIONS OF THE WORKSHOP
OF THE MATHEMATICS AND MECHANICS DEPARTMENT
OF THE LOMONOSOV MOSCOW STATE UNIVERSITY,
“URGENT PROBLEMS OF GEOMETRY AND MECHANICS”
NAMED AFTER V. V. TROFIMOV

© 2020 D. V. GEORGIEVSKY, M. V. SHAMOLIN

ABSTRACT. Brief information on sessions of the workshop in 2017 is presented.

Keywords and phrases: qualitative theory of dynamical systems, geometry, classical mechanics, fluid and gas mechanics, solid mechanics.

AMS Subject Classification: 58-xx, 70-xx

ЗАСЕДАНИЕ 390 (9 февраля 2018 г.)

Д. В. Георгиевский.

Эффект Пойнтинга с позиций аппарата тензорно нелинейных функций.

Рассмотрен класс определяющих соотношений, связывающих в трёхмерном пространстве симметричные тензоры напряжений и малых деформаций с помощью изотропной потенциальной тензорно нелинейной функции довольно общего вида. Приведены различные определения тензорно нелинейности и показана их эквивалентность. С позиций математического аппарата теории тензорно нелинейных функций проведена трактовка известного в экспериментальной механике эффекта Пойнтинга и явлений, схожих с ним. Доказано, что эти эффекты — не обязательно

результат тензорной нелинейности определяющих соотношений, а могут быть следствием зависимости одной из материальных функций от квадратичного инварианта, отсутствующей, например, в физически линейном случае. Отсюда сделаны выводы о порядке малости данных эффектов. Обсуждена возможность моделирования эффекта Пойнтинга тензорно линейными определяющими соотношениями.

ЗАСЕДАНИЕ 391, ПОСВЯЩЁННОЕ 65-ЛЕТИЮ М. У. НИКАБАДЗЕ (16 февраля 2018 г.).

М. У. Никабадзе.

О проблеме расщепления начально-краевых задач в механике.

Рассмотрены некоторые вопросы о расщеплении начально-краевых задач теории упругости и теории тонких тел для анизотропных сред. Начально-краевые задачи микрополярной (классической) теории упругости представлены с помощью введенных тензорно-блочных матричных операторов (тензоров-операторов). В случае изотропной микрополярной упругой среды (изотропной и трансверсально-изотропной классических сред) найдены соответствующие тензорно-блочным матричным операторам (тензорам-операторам) рассмотренных начально-краевых задач тензорно-блочные матричные операторы (тензоры-операторы) алгебраических дополнений, которые позволяют расщеплять начально-краевые задачи. При этом тензоры и тензорно-блочные матрицы представлены в каноническом виде. Из трехмерных расщепленных начально-краевых задач получены соответствующие расщепленные начально-краевые задачи для теорий тонких тел.

ЗАСЕДАНИЕ 392 (2 марта 2018 г.)

Ю. П. Зезин, П. В. Тишин.

Методика экспериментального исследования длительной прочности полимерных материалов по результатам испытаний кольцевых образцов.

Полимерные материалы широко используются для производства различных профилей, в том числе труб и колец. Механические характеристики полимеров в готовом изделии существенно зависят от способа и параметров режима переработки. В связи с этим механические свойства материалов труб и колец целесообразно определять по результатам испытаний представительных кольцевых образцов. При этом учитывается как особая форма испытываемых изделий, так и специфика методов их получения. Известна схема нагружения образцов-колец внутренним давлением, которое задается в процессе сжатия вкладки из несжимаемого материала в полости испытываемого образца. При этом в образце реализуется напряженное состояние, близкое к однородному растяжению. В работе представлены результаты численного анализа такой схемы испытаний полимерных материалов при постоянной нагрузке. Конечно-элементная модель схемы нагружения разработана с использованием коммерческого программного комплекса ANSYS. Вычисления выполнены для образцов-колец полиарилата. Получены расчетные распределения напряжений в образце при постоянной нагрузке. Исследовано влияние модуля упругости и коэффициента Пуассона нагружающего вкладыша на величину растягивающих напряжений в образце. Результаты численного моделирования использованы для оценки долговечности уплотняющих колец полиарилата, полученных литьем под давлением при различных значениях температуры.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 15-08-03604).

ЗАСЕДАНИЕ 393 (18 марта 2018 г.)

М. В. Шамолин.

Интегрируемые системы с диссипацией на касательном расслоении четырехмерного многообразия.

Во многих задачах динамики возникают механические системы с пространством положений — четырехмерным многообразием. Их фазовыми пространствами естественным образом становятся касательные расслоения к данным многообразиям. Так, например, изучение пятимерного обобщенного сферического маятника в неконсервативном поле сил приводит к динамической системе на касательном расслоении к четырехмерной сфере, при этом метрика специального вида на ней индуцирована дополнительной группой симметрий. В данном случае динамические системы, описывающие движение такого маятника, обладают знакопеременной диссипацией, и полный список

первых интегралов состоит из трансцендентных функций, выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций.

Выделим также класс задач о движении точки по четырехмерной поверхности; при этом метрика на ней индуцирована евклидовой метрикой объемлющего пространства. В ряде случаев в системах с диссипацией также удастся найти полный список первых интегралов, состоящий из трансцендентных функций. Полученные результаты особенно важны в смысле присутствия в системе именно неконсервативного поля сил.

В работе показана интегрируемость некоторых классов динамических систем на касательном расслоении к четырехмерному многообразию. При этом силовые поля обладают так называемой переменной диссипацией и обобщают ранее рассмотренные.

ЗАСЕДАНИЕ 394 (30 марта 2018 г.)

Ф. А. Райх.

Связь механики сплошной среды и электродинамики: исследование моделей электромагнитных сил с помощью экспериментов и избранные задачи, решаемые с помощью аналитических и численных методов.

Известно много моделей электромагнитного момента. Из каждой модели следует свой вид плотности электромагнитной силы, которая действует как источник в равновесии механического момента. Не прекращаются споры о том, какая модель электромагнитной силы является «правильной» для произвольных материалов и процессов. Большинство авторов высказываются за или против определенных моделей в силу мысленных экспериментов, например, со световыми волнами.

Цель доклада — показать, что эксперименты, проведенные на макроуровне, могут в конечном счете исключить некоторые модели из списка силовых моделей, применимых в общем случае. Любая модель электромагнитной силы предсказывает полную силу, которая действует на тело, а также локальное распределение сил. Оба эти предсказания могут использоваться экспериментально. Для этого планируются и проводятся эксперименты на макроуровне, чтобы проверить теоретические механические прогнозы некоторых избранных моделей электромагнитных сил. С помощью сравнения теоретических результатов с экспериментальными можно исключить некоторые модели-кандидаты в модели электромагнитных сил, применимых в общем случае.

Доклад начинается с исследования полной электромагнитной силы, действующей на тело в эксперименте с магнитоэстатической постановкой. Здесь полная аксиальная сила между двумя коаксиально расположенными постоянными цилиндрическими магнитами изучается аналитически. Анализ показывает, что (большинство) моделей электромагнитных сил дают одинаковые предсказания для общей силы статической постановке — это также имеет место в эксперименте. Однако, в этом примере цилиндры считаются твердыми телами. Больше информации о корректности модели электромагнитных сил можно получить с помощью изучения следствий локального распределения электромагнитной силы для деформируемых тел, например, упругих.

Первый приведенный пример, изучающий следствия локальных эффектов, — это упругая линейно намагниченная сфера, помещенная во внешнее магнитное поле. Индуцированное магнитное поле и намагниченность дают зависящие от модели прогнозы плотности электромагнитной силы на поверхности. Из-за них возникают (упругие) магнитные горловины, которые можно вычислить для малых деформаций методом Хирамацу и Ока. При применении различных моделей электромагнитных сил получаются меняющиеся формы деформаций. Для этого примера экспериментальные данные недоступны. Однако, результаты могут послужить мотивацией для будущих экспериментов в этой области, или для этой задачи о магнитной горловине в сферической геометрии, или для аналогичных задач.

Приведен также другой пример, показывающий следствия локальных эффектов: капелька силосанового масла, погруженная в касторовое масло. Эти масла не смешиваются из-за поверхностного натяжения между ними. В эксперименте применяется однородное электрическое поле, действующее на масла. В силу различной диэлектрической проницаемости масел наблюдается деформация погруженной капли. Моделируется тензор поверхностного натяжения, и поверхностные смещения вычисляются аналитически. Эти решения демонстрируют разные прогнозы

о форме деформации в зависимости от модели. Поскольку этот эксперимент ранее был проведен и обсуждался в литературе, вычисленные смещения можно сравнить с экспериментальными фотографиями.

Приведенные примеры показывают, что можно уменьшить список возможных кандидатов на адекватные модели электромагнитных сил с помощью сравнения теоретических прогнозов о деформациях и проведенных экспериментов на макроуровне. Масштабы смещения (или скорости) в задачах с жидкостями значительно больше, чем, например, в рассмотренной задаче о магнитной горловине. Следовательно, эксперименты с жидкостями кажутся очень перспективными для дальнейшей работы.

ЗАСЕДАНИЕ 395 (13 апреля 2018 г.)

А. А. Бобылев.

Вариационная постановка и вычислительный алгоритм решения плоской и осесимметричной износоконтактных задач для упругих полубесконечных тел с покрытием винклеровского типа.

Рассмотрены плоская и осесимметричная задачи об изнашивании тонкого неоднородного покрытия упругого полупространства при контактном взаимодействии с жестким неизнашиваемым штампом. Покрытие моделируется упругим слоем винклеровского типа.

При постановке задачи предполагается, что величина линейного износа мала и соизмерима с упругими перемещениями, а граничные условия можно отнести к недеформированной поверхности полупространства. Кинетическое уравнение износа определяет зависимость интенсивности изнашивания от величины контактного давления и относительной скорости скольжения. Параметры, характеризующие износостойкие свойства покрытия, зависят от величины линейного износа.

В общем случае износоконтактные задачи даже для линейно-упругих тел являются нелинейными вследствие как нелинейности локального закона изнашивания, так и изменения размеров области контакта в процессе изнашивания. Для решения задач с заранее неизвестной площадкой контакта целесообразно использовать вариационный подход. В докладе представлены вариационные формулировки рассматриваемых износоконтактных задач в виде системы квазивариационного неравенства эволюционного типа и дифференциального уравнения первого порядка.

Для дискретизации задач по времени использованы разностные схемы. Разработаны вычислительные алгоритмы на основе явной схемы Эйлера и схемы типа предиктор-корректор. На каждом временном шаге для определения контактного давления требуется решить эллиптическое вариационное неравенство или эквивалентную ему экстремальную задачу. Дискретизация задач по пространственным координатам производилась с использованием пространств интегрированных фундаментальных решений, построенных на основе гранично-элементного подхода. В результате получены задачи квадратичного программирования с ограничениями в виде неравенств, для решения которых предложен вариант метода сопряженных градиентов, учитывающий специфику ограничений задачи.

Получены численные решения ряда плоских и осесимметричных задач об изнашивании неоднородного покрытия упругого полупространства. Рассмотрены два расчетных случая. В первом случае задается закон внедрения штампа в полупространство с покрытием, а во втором — закон изменения по времени усилия вдавливания штампа. Проведено исследование влияния характера изменения параметров уравнения износа покрытия и дискретности контакта на кинетику процесса изнашивания. Тестовые расчеты показали, что неоднородность покрытия существенно влияет на характер процесса приработки сопряжения.

ЗАСЕДАНИЕ 396. МОЛОДЕЖНЫЕ ЧТЕНИЯ (20 апреля 2018 г.).

1. *Р. Р. Шабайкин.*

Динамические эффекты деформирования пластического слоя между жёсткими цилиндрами.

2. *А. О. Павлюченко.*

Устойчивость течения среды Бингама в слое с движущимися границами.

3. *А. В. Муравлев, А. Э. Карпов.*

Анализ векторных свойств на траекториях деформаций постоянной кривизны.

4. *И. В. Крутов.*

Обобщение преобразования Галёркина в ортотропной теории упругости.

ЗАСЕДАНИЕ 397 (11 мая 2018 г.)

И. Л. Покровский.

О собственных значениях оператора Лапласа с нелокальными граничными условиями.

ЗАСЕДАНИЕ 398 (25 мая 2018 г.)

М. В. Шамолин.

Случаи интегрируемых систем с диссипацией на касательном расслоении многомерного многообразия.

В задачах динамики изучаются механические системы со многими степенями свободы с диссипацией (с пространством положений — многомерным многообразием). Их фазовыми пространствами становятся касательные расслоения к данным многообразиям. Так, например, изучение n -мерного обобщенного сферического маятника в неконсервативном поле сил приводит к динамической системе на касательном расслоении к $(n-1)$ -мерной сфере, при этом метрика специального вида на ней индуцирована дополнительной группой симметрий. В данном случае динамические системы, описывающие движение такого маятника, обладают знакопеременной диссипацией, и полный список первых интегралов состоит из трансцендентных (в смысле комплексного анализа) функций, выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций.

Выделим также класс задач о движении точки по многомерной поверхности, при этом метрика на ней индуцирована евклидовой метрикой объемлющего пространства. В ряде случаев в системах с диссипацией также удается найти полный список первых интегралов, состоящий из трансцендентных функций. Полученные результаты особенно важны в смысле присутствия в системе именно неконсервативного поля сил.

В работе показана интегрируемость некоторых классов динамических систем на касательном расслоении к многомерному многообразию (об аналогичных исследованиях на касательных расслоениях к многообразиям размерностей 2, 3 и 4 было рассказано ранее). При этом силовые поля обладают так называемой переменной диссипацией и обобщают ранее рассмотренные.

ЗАСЕДАНИЕ 399 (8 июня 2018 г.)

С. Роджерс.

Об оптимальном управлении катящимся шарообразным роботом, приводимым в движение внутренними точечными массами.

Рассматривается управляемое движение катящимся шаром, приводимым в движение внутренними точечными массами, которые движутся по рельсам произвольной формы, зафиксированным внутри шара. Приложение вариационного принципа минимума Понтрягина даёт управляемые уравнения движения шара, решение которых подчиняется неуправляемым уравнениям движения шара, удовлетворяет заданным начальным и конечным значениям и минимизирует заданный индекс характеристики. Управляемые уравнения движения решаются численно с помощью метода продолжения предиктора-корректора, начиная с первоначального уравнения, полученного с помощью прямого метода, чтобы осуществить отслеживание траектории и маневры избегания препятствий.

ЗАСЕДАНИЕ 400, ЮБИЛЕЙНОЕ (22 июня 2018 г.).

ЗАСЕДАНИЕ 401 (14 сентября 2018 г.)

Д. В. Георгиевский.

Задачи в напряжениях диффузионно-вихревого типа в неограниченном жёстковязкопластическом пространстве.

Анализируются постановки и точные автомодельные решения диффузионно-вихревых задач в терминах напряжений, моделирующих нестационарный одномерный сдвиг в некоторых криволинейных ортогональных системах координат двухконстантной жёстковязкопластической среды (тела Бингама). К числу таких задач относятся диффузия плоского и осесимметричного вихревых слоёв, а также диффузия вихревой нити. Сдвиг происходит в расширяющихся со временем областях неограниченного пространства с неизвестной заранее границей, при этом описывается возможный способ задания дополнительного условия на бесконечности. Вводится в рассмотрение обобщённая диффузия вихря, содержащая постановку с несколькими параметрами, в том числе порядком особенности напряжений в нуле. Строятся автомодельные решения, в которых порядок особенности соответствует либо не соответствует типу сдвига в выбранной системе координат.

ЗАСЕДАНИЕ 402 (21 сентября 2018 г.)

Э. Б. Завойчинская.

Усталостное масштабнo-структурное разрушение и долговечность конструкций при пропорциональных процессах нагружения (по материалам докторской диссертации).

ЗАСЕДАНИЕ 403 (28 сентября 2018 г.)

М. В. Шамолин.

Системы с диссипацией: анализ и интегрируемость.

Работа представляет собой обзор по полученным ранее, а также новым случаям интегрируемости систем с диссипацией. Исследуемые задачи описываются динамическими системами с так называемой переменной диссипацией с нулевым средним. Задача поиска полного набора трансцендентных первых интегралов систем с диссипацией также является достаточно актуальной, и ей было ранее посвящено множество работ. В частности, введён в рассмотрение новый класс динамических систем, имеющих периодическую координату. Наличие в таких системах нетривиальных групп симметрий позволило показать, что рассматриваемые системы обладают переменной диссипацией с нулевым средним, означающей, что в среднем за период по имеющейся периодической координате диссипация в системе равна нулю, хотя в разных областях фазового пространства в системе может присутствовать как подкачка энергии, так и её рассеяние. На базе полученного материала проанализированы динамические системы, возникающие в динамике твёрдого тела. В результате обнаружен ряд случаев полной интегрируемости уравнений движения в трансцендентных функциях, выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций. Получены некоторые обобщения на условия интегрируемости более общих классов неконсервативных динамических систем (динамика четырёхмерного твёрдого тела).

В качестве приложений изучаются динамические уравнения движения, возникающие в плоской и пространственной динамике твёрдого тела, взаимодействующего со средой, а также возможное обобщение полученных методов исследования на общие системы, возникающие как в качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений, теории динамических систем, так и в теории колебаний.

ЗАСЕДАНИЕ 404 (5 октября 2018 г.)

Г. С. Тлюстангелов.

Устойчивость радиально-вращательного растекания-стока цилиндрического слоя (по материалам кандидатской диссертации).

ЗАСЕДАНИЕ 405 (19 октября 2018 г.)

В. И. Ванько.

И. Ньютон и А. Н. Крылов: аэродинамическая задача (к 155-летию со дня рождения академика А. Н. Крылова).

ЗАСЕДАНИЕ 406: СОВМЕСТНОЕ ЗАСЕДАНИЕ С СЕМИНАРОМ «ГЕОМЕТРИЯ В ЦЕЛОМ» ПОД РУКОВОДСТВОМ И. Х. САБИТОВА (26 октября 2018 г.).

Р. Р. Айдагулов.

Геометрия в физике.

Различные аксиоматики метрических пространств определяют различные типы геометрий. Стандартная аксиоматика определяет геометрии эллиптического типа, которые подразделяются на архимедовы и неархимедовы. Первые используются в классической физике, вторые — вполне разрывные — в большей степени соотносятся с квантовой физикой. Заменяя аксиомы метрических пространств на иные, с противоположными условиями, получаем аксиомы гиперболических геометрий, лежащих в основе релятивистской физики. В нашей работе понятию гиперболичности придаётся определённый смысл, а именно, математическое выражение физического принципа причинно-следственности через аксиомы метрики.

Здесь строится специальная теория относительности (СТО) на принципах однородной изотропной гиперболической метрики, без парадокса близнецов. Обычная СТО соответствует релятивистской кинематике. В нашей теории можно описывать и динамику.

ЗАСЕДАНИЕ 407 (2 ноября 2018 г.)

В. В. Власов, Н. А. Раутман, А. В. Давыдов, Ю. А. Тихонов.

Спектральный анализ интегродифференциальных уравнений, возникающих в теории вязкоупругости.

ЗАСЕДАНИЕ 408 (16 ноября 2018 г.)

В. Г. Путкарадзе.

Интегрируемость и хаос в фигурном катании.

Выводится и изучается трёхмерная модель фигуриста. Фигурист моделируется как трёхмерное тело, движущееся в пространстве, подчиняясь неголономному ограничивающему вынужденному движению вдоль направления конька и голономным ограничениям контакта со льдом и постоянства наклона конька. Для неподвижного (не сочленённого) показано, что система интегрируема тогда и только тогда, когда проекция центра масс на направление конька совпадает с контактной точкой со льдом и выполняются некоторые необременительные (и реалистичные) предположения на направления осей инерции. Интегрируемость сохраняется для произвольного отклонения в сторону конька. Интегрируемость доказывается с помощью доказательства существования двух новых постоянных движения, линейных по моментам (калибровочных интегралов), что даёт новый и весьма нетривиальный пример интегрируемой неголономной механической системы. Кроме того, рассматривается случай, когда проекция центра масс на направление конька не совпадает с контактной точкой, и показано, что этот неинтегрируемый случай обнаруживает частично хаотическое поведение, с помощью изучения дивергенции близлежащих траекторий. Обнаружено сложное поведение при переходе от интегрируемого случая к хаотическому. Предложенная модель обнаруживает много характерных черт реального катания на коньках, в особенности фигурного катания, и автор предполагает, что реальные фигуристы смогут использовать найденные механические свойства системы для контроля выступления на льду.

ЗАСЕДАНИЕ 409 (23 ноября 2018 г.)

А. В. Давыдов, Ю. А. Тихонов.

Спектральный анализ интегродифференциальных операторов в задаче о флаттере вязкоупругих пластин.

ЗАСЕДАНИЕ 410 (30 ноября 2018 г.)

П. В. Тишин.

Определяющие соотношения для материалов со свойствами, зависящими от вида напряжённого (деформированного) состояния.

ЗАСЕДАНИЕ 411, ПОСВЯЩЕННОЕ 65-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ Е. В. ЛОВАНОВА (1953–1998) (7 декабря 2018 г.).

ЗАСЕДАНИЕ 412 (14 декабря 2018 г.)

М. В. Шамолин.

Новые случаи интегрируемых систем пятого порядка с диссипацией.

Дать общее определение динамической системы с имеющейся диссипацией довольно затруднительно. В каждом конкретном случае иногда это может быть сделано: вносимые в систему определённые коэффициенты в уравнениях указывают в одних областях фазового пространства на рассеяние энергии, а в других областях — на её подкачку. Последнее приводит к потере известных первых интегралов (законов сохранения), выражающихся через гладкие функции.

Но как только в системе обнаруживаются притягивающие или отталкивающие предельные множества, необходимо забыть о полном наборе даже непрерывных во всем фазовом пространстве первых интегралов.

В некоторых случаях для систем с диссипацией если и удаётся найти полный набор первых интегралов, то среди них обязательно будут первые интегралы, являющиеся трансцендентными (в смысле комплексного анализа) функциями, имеющими существенно особые точки. Полученные в работе результаты особенно важны в смысле присутствия в системе именно неконсервативного поля сил.

Во множестве работ автора уже затрагивалась данная тематика. В данной работе показана интегрируемость некоторых классов однородных по части переменных динамических систем пятого порядка, в которых выделяется система на касательном расслоении к двумерным многообразиям. При этом силовые поля обладают диссипацией разного знака и обобщают ранее рассмотренные.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством проф. Д. В. Георгиевского, д.ф.-м.н. М. В. Шамолина, проф. С. А. Агафонова // Совр. мат. Фундам. направл. — 2007. — 23. — С. 16–45.
2. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова, проводящегося на механико-математическом факультете МГУ им. М. В. Ломоносова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина // Совр. мат. прилож. — 2009. — 62. — С. 3–13.
3. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова, проводящегося на механико-математическом факультете МГУ им. М. В. Ломоносова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина // Совр. мат. прилож. — 2009. — 65. — С. 3–10.
4. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством проф. Д. В. Георгиевского, д.ф.-м.н. М. В. Шамолина, проф. С. А. Агафонова // Совр. мат. прилож. — 2012. — 76. — С. 3–10.
5. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством проф. Д. В. Георгиевского, д.ф.-м.н. М. В. Шамолина, проф. С. А. Агафонова // Совр. мат. прилож. — 2013. — 88. — С. 3–19.
6. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина // Совр. мат. прилож. — 2015. — 98. — С. 3–8.

7. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина// Совр. мат. прилож. — 2016. — 100. — С. 3–11.
8. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина// Итоги науки и техн. Совр. мат. прилож. Темат. обзоры. — 2018. — 150. — С. 3–25.
9. *Георгиевский Д. В., Шамолин М. В.* Заседания семинара механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова «Актуальные проблемы геометрии и механики» им. проф. В. В. Трофимова под руководством С. А. Агафонова, Д. В. Георгиевского и М. В. Шамолина// Итоги науки и техн. Совр. мат. прилож. Темат. обзоры. — 2020. — 174. — С. 3–11.

Д. В. Георгиевский

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
E-mail: georgiev@mech.math.msu.su

М. В. Шамолин

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
E-mail: shamolin@rambler.ru, shamolin@imec.msu.ru