УФА XII 2019 ВСЕРОССИЙСКИЙ СЪЕЗД ПО ФУНДАМЕНТАЛЬНЫМ ПРОБЛЕМАМ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ

19-24 августа 2019 г.
Уфа, Республика Башкортостан, Россия

СБОРНИК ТРУДОВ
в 4 томах

ТОМ 1
Общая и прикладная механика

Уфа
РИЦ БашГУ
2019

УДК 531/534
ББК 22.2
Д23

XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник трудов в 4 томах.
Д23 **Т. 1: Общая и прикладная механика.—** Уфа: РИЦ БашГУ, 2019.—780 с.

ISBN 978-5-7477-4951-1

DOI: 10.22226/2410-3535-2019-congress-v1

Том 1 содержит расширенные тезисы пленарных докладов съезда, устных и стендовых докладов секции I.

УДК 531/534
ББК 22.2

ISBN 978-5-7477-4951-1

ОРГАНИЗАТОРЫ СЪЕЗДА

Российский национальный комитет по теоретической и прикладной механике

Российская академия наук

Администрация Главы Республики Башкортостан

Академия наук Республики Башкортостан

Институт проблем сверхпластичности металлов РАН

Башкирский государственный университет

Уфимский государственный авиационный технический университет

Уфимский государственный нефтяной технический университет

Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН

При поддержке

Министерства науки и высшего образования Российской Федерации

Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-08-20068)

Правительства Республики Башкортостан

Фонда поддержки и развития науки РБ

СПОНСОРЫ

Сколковский институт науки и технологий (Сколтех)

Центральный аэрогидродинамический институт

имени профессора Н. Е. Жуковского (ЦАГИ)

ООО «Фидесис»

БЛАГОТВОРИТЕЛЬ

ООО «Газпром трансгаз Уфа»

Краткое содержание

ИНТЕГРИРУЕМЫЕ МЕХАНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ С ПЕРЕМЕННОЙ ДИССИПАЦИЕЙ

М.В. Шамолин [1]

[1]*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва*
shamolin@rambler.ru, shamolin@imec.msu.ru

Аннотация. В задачах динамики изучаются механические системы со многими степенями свободы с диссипацией (с пространством положений – гладкой поверхностью). Так, например, изучение сферического маятника в потоке набегающей среды приводит к системе четвертого порядка. Системы, описывающие движение такого маятника, обладают переменной диссипацией, и полный список первых интегралов состоит из трансцендентных (в смысле комплексного анализа) функций, выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций. В работе обсуждаются вопросы интегрируемости механических систем, в которых силовые поля обладают переменной диссипацией и обобщают ранее рассмотренные.

Введение

Работа посвящена развитию качественных методов в теории неконсервативных систем, возникающих, например, в таких областях науки, как динамика твердого тела, взаимодействующего с сопротивляющейся средой, теория колебаний и др. Данный материал может быть интересен как специалистам по качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений, динамики твердого тела, так и механики жидкости и газа, поскольку в работе используются свойства движения твердого тела в среде в условиях струйного обтекания.

Понятие интегрируемости, вообще говоря, достаточно расплывчатое. При его построении необходимо оговаривать: в каком смысле оно понимается, в классе каких функций ищутся первые интегралы и т.д. В данной работе принимается такой подход, который учитывает в качестве класса функций как первых интегралов трансцендентные функции, причем элементарные. Здесь трансцендентность понимается не в смысле теории элементарных функций (например, тригонометрических), а в смысле наличия у них существенно особых точек (в силу классификации, принятой в теории функций комплексного переменного, когда функция имеет существенно особые точки) [1, 2].

Изучаются неконсервативные системы, для которых методика исследования, например, гамильтоновых систем, вообще говоря, неприменима. Таким образом, для таких систем необходимо в некотором смысле «в лоб» интегрировать основное уравнение динамики. При этом предлагается более универсальное изложение известных, а также полученных новых случаев полной интегрируемости в трансцендентных функциях в динамике систем не являющихся консервативными.

Конечно, в общем случае построить какую-либо теорию интегрирования неконсервативных систем (хотя бы и невысокой размерности) довольно затруднительно. Но в ряде случаев, когда исследуемые системы обладают дополнительными симметриями, удается найти первые интегралы через конечные комбинации элементарных функций [2, 3].

В работе получено множество результатов по интегрируемости неконсервативных динамических систем, обладающих нетривиальными симметриями. При этом во множестве случаев интегрируемости каждый из первых интегралов выражается через конечную комбинацию элементарных функций, являясь одновременно трансцендентной функцией своих переменных. Трансцендентность в данном случае понимается в смысле комплексного анализа. Последний факт обуславливается наличием в системе притягивающих и отталкивающих предельных множеств (например, притягивающих и/или отталкивающих фокусов).

Направления, развиваемые в работе

В динамике твердого тела обнаружены новые интегрируемые случаи движения, в том числе, в классической задаче о движении сферического маятника, помещенного в поток набегающей среды.

1. Общие вопросы интегрируемости динамических систем с переменной диссипацией. Для начала дается наглядная характеристика таких систем. При этом говорится о системах с переменной диссипацией, где термин «переменный» относится не столько к величине коэффициента диссипации, сколько к возможной смене его знака (поэтому разумнее было бы употреблять термин «знакопеременный»).

В дальнейшем дается одно из возможных определений системы с переменной диссипацией с нулевым (ненулевым) средним через такую характеристику векторного поля системы, как дивергенция, которая, как известно, характеризует изменение фазового объема в фазовом пространстве рассматриваемой системы (см. также [2–4]).

Вводится класс автономных динамических систем, имеющих периодическую координату и при этом обладающих определенными симметриями, характерными для систем маятникового типа. Показывается, что данный класс систем погружается естественным образом в класс динамических систем с переменной диссипацией с нулевым средним, т.е. в среднем за период по имеющейся периодической координате подкачка и рассеяние энергии в системе в некотором смысле уравновешивают друг друга. Приводятся примеры систем маятникового типа из динамики твердого тела в неконсервативном поле сил.

В дальнейшем изучаются некоторые общие условия интегрируемости в элементарных функциях для систем на двумерной плоскости и касательных расслоениях одномерной сферы (двумерный цилиндр) и двумерной сферы (четырехмерное многообразие). При этом приводится интересный пример трехмерного фазового портрета системы маятникового типа, которая описывает движение сферического маятника, помещенного в поток набегающей среды [1].

Приводятся достаточные условия существования первых интегралов, выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций, для многопараметрических систем третьего порядка. Поскольку приводятся случаи полной интегрируемости в динамике пространственного движения тела в неконсервативном поле, мы имеем дело с тремя, на первый взгляд, независимыми свойствами: выделенный класс систем с симметриями; обладание этим классом систем переменной диссипацией с нулевым средним (по имеющейся периодической переменной), что позволяет их рассматривать как «почти» консервативные системы; в некоторых (пусть и достаточно маломерных) случаях обладание ими полным набором, вообще говоря, трансцендентных (с точки зрения комплексного анализа) первых интегралов.

2. Результаты по исследованию динамических уравнений плоскопараллельного движения симметричного двумерного твердого тела, находящегося неконсервативном поле сил. Его вид заимствован из динамики реальных твердых тел, взаимодействующих с сопротивляющейся средой по законам струйного обтекания, при котором на тело действует неконсервативная следящая сила, или заставляющая во все время движения величину скорости некоторой характерной точки твердого тела оставаться постоянной во времени, что означает наличие в системе неинтегрируемой сервосвязи, или заставляющая во все время движения центр масс тела двигаться прямолинейно и равномерно, что означает наличие в системе неконсервативной пары сил [4].

Более того, к имеющейся аналитической неинтегрируемой связи найден дополнительный трансцендентный первый интеграл, выражающийся через конечную комбинацию элементарных функций, а в других случаях – сделано то же самое, только к имеющемуся аналитическому первому интегралу (квадрату скорости центра масс). Полученные результаты подаются в инвариантном виде. При этом вводится дополнительная зависимость момента неконсервативной силы от угловой скорости. Данная зависимость в дальнейшем может быть распространена и на более общие случаи движения.

3. Результаты по исследованию динамических уравнений пространственного движения осесимметричного твердого тела, находящегося неконсервативном поле сил. Его вид также заимствован из динамики реальных твердых тел, взаимодействующих с сопротивляющейся средой по законам струйного обтекания, при котором на тело действует неконсервативная следящая сила, или заставляющая во все время движения величину скорости некоторой характерной точки твердого тела оставаться постоянной во времени, что означает наличие в системе неинтегрируемой сервосвязи, или заставляющая во все время движения центр масс тела двигаться прямолинейно и равномерно, что означает наличие в системе неконсервативной пары сил [3, 4].

Более того, к имеющимся аналитическим инвариантным соотношениям (неинтегрируемой связи и интегралу о равенстве нулю одной из компонент угловой скорости) найдены три дополнительных трансцендентных первых интеграла, выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций, а в других случаях – сделано то же самое, только к имеющимся аналитическим первым интегралам (квадрату скорости центра масс и интегралу о равенстве нулю одной из компонент угловой скорости). Полученные результаты также подаются в инвариантном виде. При этом вводится дополнительная зависимость момента неконсервативной силы от компонент угловой скорости. Данная зависимость в дальнейшем также может быть распространена и на более общие случаи движения.

Литература

1. М.В. Шамолин // Фундаментальная и прикладная математика. 2008. Т. 14. № 3. С. 3–237.
2. В.В. Трофимов, М.В. Шамолин // Фундаментальная и прикладная математика. 2010. Т. 16. № 4. С. 3–239.
3. М.В. Шамолин // Фундаментальная и прикладная математика. 2015. Т. 20. № 4. С. 3–231.
4. М.В. Шамолин // Динамические системы. Итоги науки и техн. Сер. Соврем. мат. и ее прил. Темат. обз. Т. 125. М.: ВИНИТИ РАН, 2013. С. 3–251.