# ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ: УСТОЙЧИВОСТЬ, УПРАВЛЕНИЕ, ОПТИМИЗАЦИЯ

Материалы Международной научной конференции, посвященной 100-летию со дня рождения академика Е. А. Барбашина

Минск, 24–29 сентября 2018 г.

# DYNAMICAL SYSTEMS: STABILITY, CONTROL, OPTIMIZATION

Proceedings of the International Scientific Conference, dedicated to the 100th anniversary of Ye. A. Barbashin

Minsk, September 24–29, 2018

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАН БЕЛАРУСИ

БЕЛОРУССКИЙ РЕСПУБЛИКАНСКИЙ ФОНД ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

# ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ: УСТОЙЧИВОСТЬ, УПРАВЛЕНИЕ, ОПТИМИЗАЦИЯ

Материалы Международной научной конференции, посвященной 100-летию со дня рождения академика Е. А. Барбашина

Минск, 24–29 сентября 2018 г.

# DYNAMICAL SYSTEMS: STABILITY, CONTROL, OPTIMIZATION

Proceedings of the International Scientific Conference, dedicated to the 100th anniversary of Ye. A. Barbashin

Minsk, September 24–29, 2018

МИНСК
БГУ
2018

УДК 517.938(06)+517.977(06)
ББК 22.161.6я431
Д46



Д46 **Динамические** системы: устойчивость, управление, оптимизация = Dynamical systems: stability, control, optimization : материалы Междунар. науч. конф., посвященной 100-летию со дня рождения академика Е. А. Барбашина, Минск, 24–29 сент. 2018 г. / Белорус. гос. ун-т ; редкол.: Ф. М. Кириллова (гл. ред.) [и др.]. – Минск : БГУ, 2018. – 239 с.
ISBN 978-985-566-654-8.

Издание содержит материалы докладов, представленных на Международной научной конференции "Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация", посвященной 100-летию со дня рождения академика Е. А. Барбашина. Тематика докладов касается проблем качественной и конструктивной теории управления системами обыкновенных, дифференциально-алгебраических, дифференциально-разностных, сингулярно-возмущенных уравнений, системами с распределенными параметрами, а также приложений в экономике, биологии, технике.

**УДК 517.938(06)+517.977(06)**
**ББК 22.161.6я431**

**ISBN 978-985-566-654-8**

## ОРГАНИЗАТОРЫ

Белорусский государственный университет
Институт математики НАН Беларуси

## МЕЖДУНАРОДНЫЙ ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

**Сопредседатели:**

академик НАН Беларуси Гайшун И.В. (Минск, Беларусь)
член-корр. НАН Беларуси Кириллова Ф.М. (Минск, Беларусь)
академик РАН Куржанский А.Б. (Москва, Россия)

**Члены Программного комитета:**

Алиев Ф.А. (Азербайджан)
Allgöwer F. (Германия)
Ащепков Л.Т. (Канада)
Васильев С.Н. (Россия)
Габасов Р. (Беларусь)
Гороховик В.В. (Беларусь)
Губарев В.Ф. (Украина)
Евтушенко Ю.Г. (Россия, Москва)
Калинин А.И. (Беларусь, Минск)
Kazcorek T. (Польша)
Kruger A. (Австралия)
Мансимов К.Б. (Азербайджан)
Mordukhovich B.Sh. (США)
Pallaschke D. (Германия)
Pham The Long (Вьетнам)
Половинкин Е.С. (Россия)
Салуквадзе М.Е. (Грузия)
Срочко В.А. (Россия)
Субботина Н.Н. (Россия)
Ушаков В.Н. (Россия)
Чикрий А.А. (Украина)
Shklyar B. Sh. (Израиль)

## ОРГКОМИТЕТ

**Председатель:**

Мандрик П.А. (Белорусский государственный университет)

**Заместители председателя:**

Дмитрук Н.М. (Белорусский государственный университет)
Костюкова О.И. (Институт математики НАН Беларуси)

**Ответственный секретарь:** Альсевич В.В. (БГУ)

**Члены Оргкомитета:**

Асмыкович И.К. (БГТУ), Астровский А.И. (БГЭУ), Борухов В.Т. (ИМ НАНБ), Дымков М.П. (БГЭУ), Калитин Б.С. (БГУ), Карпук В.В. (БНТУ), Княжище Л.Б. (ИМ НАНБ), Крахотко В.В. (БГУ), Курдина М.А. (ИМ НАНБ), Лепин В.В. (ИМ НАНБ), Лавринович Л.И. (БГУ), Минченко Л.И. (БГУИР), Павленок Н.С. (БГУ), Пилипчук Л.А. (БГУ) игре. Предложенный аналитический метод развит и в случае матричных разрешающих функций [3], введены верхние и нижние разрешающие функции различных типов [4], что существенно расширяет возможности метода. В рамках разработанной идеологии решены задачи группового и поочередного преследования, охвачен случай фазовых ограничений [2]. Для иллюстрации возможностей метода приведены многочисленные примеры игровых ситуаций.

### Библиографические ссылки


1. *Chikrii A.A.* On analytical method in dynamic pursuit games // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics. 2010. Vol. 271. P. 69–85.
2. *Chikrii A.A.* Conflict controlled processes. Springer Science and Business Media. 2013.
3. *Chikrii A.A., Chikrii G.Ts.* Matrix resolving functions in game problems of dynamics // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics. 2015. Vol. 291. suppl. 1. P. 56–65.
4. *Чикрий А.А.* Верхняя и нижняя разрешающие функции в игровых задачах динамики // Труды ИММ Ур О РАН. 2017. № 1. С. 293–305.


## СТРУКТУРНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПЕРЕМЕННОЙ ДИССИПАЦИЕЙ В ДИНАМИКЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА


**М.В. Шамолин**

Институт механики МГУ имени М. В. Ломоносова

Мичуринский пр., 1, 119192 Москва, Россия

shamolin@rambler.ru, shamolin@imec.msu.ru


Работа посвящена исследованию вопросов относительной структурной устойчивости (относительной грубости) динамических систем, рассматриваемых, не на всем пространстве динамических систем, а лишь на некотором его подпространстве. При этом пространство деформаций (динамических) систем также не совпадает со всем пространством допустимых деформаций. В частности, будут рассмотрены системы дифференциальных уравнений, возникающие в динамике твердого тела, взаимодействующего с сопротивляющейся средой. Показана их относительная грубость, а также, при некоторых условиях, относительная негрубость различных степеней [1].

Грубые (структурно устойчивые) системы можно рассматривать как наиболее простые, наиболее многочисленные динамические системы в соответствующем пространстве динамических систем. Действительно, грубые системы выделяются условиями типа неравенств, и поэтому их естественно рассматривать как наиболее общий случай.

В ряде вопросов представляет интерес рассмотрение относительной грубости, именно грубости по отношению к некоторому классу динамических систем, т.е. по отношению к некоторому подмножеству пространства динамических систем. Таким понятием относительной грубости можно воспользоваться при выделении простейших негрубых систем, т.е. систем первой степени негрубости, а также при классификации негрубых систем по степени сложности, или степени негрубости. Отметим, что с точки зрения такой классификации негрубых систем консервативные системы являются системами бесконечной степени негрубости, другими словами, системами степени негрубости более высокой, чем любая конечная степень негрубости. Таким образом, консервативные системы являются с точки зрения такой классификации чрезвычайно "редкими" системами.

Системы первой степени негрубости можно определить как системы, которые являются относительно грубыми во множестве (относительно) негрубых систем (точное определение будет дано ниже).

В случае аналитических динамических систем, требуя у правых частей динамической системы не менее пяти производных, можно определить динамические системы второй степени негрубости как системы, относительно грубые во множестве систем, негрубых и не являющихся системами первой степени негрубости. Совершенно аналогично можно определить динамические системы 3-й, 4-й, ..., степени негрубости.

Таким образом, динамическую систему в дальнейшем назовем системой $n$-й степени негрубости в замкнутой области, если она является негрубой системой, не являющейся негрубой системой степени, меньшей или равной $n-1$, и если она является относительно грубой в множестве негрубых систем, не являющихся негрубыми системами степени, меньшей или равной $n-1$.

В качестве примера рассмотрим динамические системы, возникающие в динамике твердого тела, взаимодействующего со средой.

**Пример.** Рассмотрим системы вида

$$\dot{\alpha} = -\Omega + A_1 \frac{F(\alpha)}{\cos\alpha}, \ \dot{\Omega} = A_2 F(\alpha), \ A_1, \ A_2 > 0. \tag{1}$$

при условии

$$F \in \Phi. \tag{2}$$

Здесь $F$ — достаточно гладкая нечетная $\pi$-периодическая функция, удовлетворяющая условиям: $F(a) > 0$ при $a \in (0, \pi/2)$, $F'(0) > 0$,

$F'(\pi/2) < 0$ (класс функций $\{F\} = \Phi$).

**Теорема 1.** *Система (1) относительно структурно устойчива. Любые две системы вида (1) топологически эквивалентны.*

**Следствие.** *Система (1) при условии (2) топологически эквивалентна (сопряжена) уравнению* $I_*\ddot{\theta} + h\dot{\theta}\cos\theta + \sin\theta\cos\theta = 0$, *где* $I_*, h > 0$, *а также общему уравнению плоского маятника в потоке среды [1, 2].*

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 15-01-00848-а).

## Библиографические ссылки

1. *Шамолин М.В.* Динамические системы с переменной диссипацией: подходы, методы, приложения // Фундамент. и прикл. матем. 2008. Т. 14. Вып. 3. С. 3–237.
2. *Шамолин М.В.* Интегрируемые системы с переменной диссипацией на касательном расслоении к многомерной сфере и приложения // Фундамент. и прикл. матем. 2015. Т. 20. Вып. 4. С. 3–231.

# МОДАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМОЙ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА В ОДНОМ СПЕЦИАЛЬНОМ СЛУЧАЕ КРАТНЫХ КОРНЕЙ

**А.А. Якименко**

Белорусский государственный технологический университет
Свердлова 13а, 220006 Минск, Беларусь
yakim66@gmail.com

Рассмотрим линейную систему нейтрального типа

$$\dot{x}(t) = A_0x(t) + A_1x(t-h) + A_2\dot{x}(t-h) + bu(t), \;\; t > 0, \qquad (1)$$

где $A_i$, $i = 0, 1, 2$ – постоянные $(2 \times 2)$ -матрицы, $b$ – ненулевой 2 - вектор, $h > 0$ постоянное запаздывание. Не ограничивая общности, считаем $b^T = [0, \;1]$.

Присоединим к системе (1) регулятор вида

$$u(t) = q'_{00}x(t) + \sum_{i=0}^{L}\sum_{j=1}^{M} {q'}_{ij}x^{(i)}(t-jh) + \int_{-h}^{0} g'(s)x(t+s)ds, \qquad (2)$$