СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ, ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ (ПМТУКТ-2018)

СБОРНИК ТРУДОВ XI Международной научной конференции
Воронеж, 19-24 сентября, 2018

2018

Министерство науки и высшего образования РФ
Воронежский государственный технический университет
Санкт-Петербургский государственный университет
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова
Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина
Воронежский государственный университет
Пермский государственный национальный исследовательский университет
Пермский национальный исследовательский политехнический университет

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ, ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

(ПМТУКТ-2018)

Сборник трудов
XI международной конференции
Воронеж, 18–24 сентября 2018 г.

Воронеж
Издательство «Научная книга»
2018

УДК 517.94 (95, 97, 62,63), 519.17 (67, 71, 977)
С568

С 568 Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий: сб. тр. XI междунар. конф. «ПМТУКТ-2018» / под ред. А.П. Жабко, И.Л. Батаронова, В.В. Провоторова; Воронеж. гос. техн. ун-т., Моск. гос. ун-т., С.- Петербург. гос. ун-т., Военно-возд. академия (Воронеж), Воронеж. гос. ун-т., Пермск. гос. нац. исслед. ун-т, Пермск. нац. исслед. политех. ун-т. – Воронеж: Изд-во «Научная книга», 2018. – 358 с.

ISBN 978-5-98222-973-1

В сборнике представлены статьи по материалам докладов и лекций, включенных в программу XI Международной научной конференции ПМТУКТ-2018.

Тематика охватывает широкий спектр проблем прикладной математики, теории управления, дифференциальных игр, качественных методов математического моделирования в различных разделах естествознания (биология, медицина, химия), другие разделы современной прикладной математики (в том числе экономического характера). Представлены приближенные методы исследования математических моделей, компьютерные технологии в процессах управления, а также современные компьютерные технологии создания программных продуктов.

УДК 517.94 (95, 97, 62,63), 519.17 (67, 71, 977)
С 568

ISBN 978-5-98222-973-1

Научное издание

**СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ,
ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
(ПМТУКТ-2018)**

Сборник трудов
XI международной конференции
(Воронеж, 18–24 сентября 2018 г.)

Верстка и подготовка оригинал-макета А.А. Парт
Дизайн обложки С.А. Кравец

Подписано в печать 03.09.2018. Формат 60 x 84/16.
Гарнитура «Таймс». Уч.-изд. л. 22,4. Заказ 1466. Тираж 250.

ООО Издательство «Научная книга»
394077, Россия, г. Воронеж, ул. 60-й Армии, 25-120.
http://www.sbook.ru/

Отпечатано с готового оригинал-макета
в ООО «Цифровая полиграфия»
394036, г. Воронеж, ул. Ф. Энгельса, 52.
Тел.: (473)261-03-61

Литература

1. Шалимов Ю.Н., Шуклин И.К., Кудряш В.И., Помигуев А.В., Руссу А.В. Применение в авиационных технологиях принципов прямого преобразования тепловой энергии в электрическую/ Воронеж: ООО Фирма «Элист»; 2017. - 361 с., с. 58-71

2. Ушаков Б.А. Основы термоэмиссионного преобразования энергии / Б.А. Ушаков, В.Д. Никитин, И.Я. Емельянов – М.: Атомиздат, 1974. – 288 с.

3. Зуев Ю.Ю. Основы создания конкурентно способной техники и выработки эффективных решений / Ю.Ю. Зуев. – М.: Издательский дом МЭИ, 2006. – 402 с.

УДК 531.01+531.552

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ТОРМОЖЕНИЯ ТЕЛА В СОПРОТИВЛЯЮЩЕЙСЯ СРЕДЕ

Шамолин М.В.

Рассматривается модель пространственного воздействия среды на твердое тело, частью участка внешней поверхности которого является круговой конус. Приводится полная система уравнений движения в условиях квазистационарности. Удается получить семейства фазовых портретов в трехмерном пространстве квазискоростей.

1. Уравнения движения. Рассмотрим задачу о пространственном движении однородного осесимметричного твердого тела массы m, часть поверхности которого имеет форму круглого диска, взаимодействующего со средой по законам струйного обтекания [1–3]. Остальная часть поверхности размещена внутри объема, ограниченного струйной поверхностью, срывающейся с края диска, и не испытывает воздействия среды [1]. Предположим, что касательные силы к диску отсутствуют. Тогда сила $\boldsymbol{S}$, приложенная к телу со стороны среды, не меняет своей ориентации относительно тела (направлена по нормали к диску) и квадратична по скорости его центра. Сила тяжести, действующая на тело, пренебрежимо мала по сравнению с силой сопротивления.

Среди движений тела существует режим прямолинейного поступательного торможения: поступательное движение в направлении его оси симметрии. При этом точка N приложения силы $\boldsymbol{S}$ воздействия среды совпадает с центром D диска. При возмущении этого режима вектор скорости $\boldsymbol{v}$ точки D, вообще говоря, отклоняется от оси симметрии на некоторый угол □. Точка N смещается от центра диска на величину $DN = R_1$ и лежит в плоскости, образованной вектором $\boldsymbol{v}$ и осью симметрии.

По гипотезе квазистационарности будем предполагать, что величина R_1 определяется, по крайней мере, углом атаки □, измеряемым между вектором скорости $\boldsymbol{v}$ центра D диска и прямой Dx. Таким образом, $DN = R_1(\alpha, \ldots)$. Кроме того, примем величину силы $\boldsymbol{S}$ сопротивления в виде $S = s_1(\alpha)v^2$, $v = |\boldsymbol{v}| = |\boldsymbol{v}_D|$. Для удобства дальнейшего описания вместо коэффициента сопротивления $s_1(\alpha)$ введем знакопеременную функцию $s(\alpha)$ по следующему правилу: $s_1 = s_1(\alpha) = s(\alpha) sign \cos\alpha \geq 0$.

Кинетическая энергия тела и сила воздействия среды не зависят от положения тела. Поэтому позиционные координаты являются циклическими. Это приводит к отделению динамической части уравнений движения от их кинематической части (см. также [1–3]). Динамическая часть дифференциальных уравнений движения, рассматриваемая в шестимерном фазовом пространстве квазискоростей (σ – расстояние DC):

$$v^{\bullet}\cos\alpha - \alpha^{\bullet} v \sin\alpha + \Omega_y v \sin\alpha \sin\beta - \Omega_z v \sin\alpha \cos\beta + \sigma(\Omega_y^2 + \Omega_z^2) = -\frac{s(\alpha)}{m} v^2,$$

$$\begin{gathered} v^{\bullet}\sin\alpha\cos\beta + \alpha^{\bullet} v\cos\alpha\cos\beta - \beta^{\bullet} v\sin\alpha\sin\beta + \Omega_z v\cos\alpha - \\ - \Omega_x v\sin\alpha\sin\beta - \sigma\Omega_x\Omega_y - \sigma\Omega_z^{\bullet} = 0, \\ v^{\bullet}\sin\alpha\sin\beta + \alpha^{\bullet} v\cos\alpha\sin\beta + \beta^{\bullet} v\sin\alpha\cos\beta + \Omega_x v\sin\alpha\cos\beta - \\ - \Omega_y v\cos\alpha - \sigma\Omega_x\Omega_z + \sigma\Omega_y^{\bullet} = 0, \\ I_1\Omega_x^{\bullet} = 0, \ I_2\Omega_y^{\bullet} + (I_1 - I_2)\Omega_x\Omega_z = -z_N(\alpha, \ldots)s(\alpha)v^2, \\ I_2\Omega_z^{\bullet} + (I_2 - I_1)\Omega_x\Omega_y = y_N(\alpha, \ldots)s(\alpha)v^2, \end{gathered} \qquad (1)$$

$(0, y_N(\alpha, \ldots), z_N(\alpha, \ldots))$ – координаты N в $Dxyz$.

2. Приведенные уравнения. Сохраняется компонента продольной составляющей угловой скорости: $\Omega_x = \Omega_{x0}$. Ниже ограничимся условием $\Omega_{x0} = 0$. Введем обозначения: $z_1 = \Omega_y \cos\beta + \Omega_z \sin\beta$, $z_i = Z_i n_0 v$, i = 1, 2, $z_2 = \Omega_z \cos\beta - \Omega_y \sin\beta$, $< \bullet > = n_0 v < ' >$, $n_0^2 = AB/I_2$, , $A = \left.\frac{\partial y_N}{\partial\alpha}\right|_{\alpha=0,\,\beta=0} = \left.\frac{\partial z_N}{\partial\alpha}\right|_{\alpha=0,\,\beta=\pi/2}$, $B = s(0)$. Тогда система (1) преобразовывается к виду:

$$v' = v\Psi(\alpha, Z_1, Z_2), \qquad (2)$$

$$\begin{gathered} \alpha' = -Z_2 + \mu_2(Z_1^2 + Z_2^2)\sin\alpha + \sigma/I_2 n_0 F(\alpha)\cos\alpha - \\ - \sigma h_1/I_2 Z_2 s(\alpha)\cos\alpha + s(\alpha)/mn_0 \cos\alpha, \end{gathered} \qquad (3)$$

$$Z_2' = \frac{F(\alpha)}{I_2 n_0^2} - Z_2\Psi(\alpha, Z_1, Z_2) - Z_1^2\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - \frac{\sigma h_1}{I_2} Z_1^2 \frac{s(\alpha)}{\sin\alpha} - \frac{h_1}{I_2 n_0} Z_2 s(\alpha), \qquad (4)$$

$$Z_1' = -Z_1\Psi(\alpha, Z_1, Z_2) + Z_1 Z_2 \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} + \frac{\sigma h_1}{I_2} Z_1 Z_2 \frac{s(\alpha)}{\sin\alpha} - \frac{h_1}{I_2 n_0} Z_1 s(\alpha), \qquad (5)$$

$$\beta' = Z_1 \cos\alpha / \sin\alpha + \sigma h_1 / I_2 Z_1 s(\alpha) / \sin\alpha,$$

$$\Psi(\alpha, Z_1, Z_2) = -\mu_2 (Z_1^2 + Z_2^2)\cos\alpha + \frac{\sigma}{I_2 n_0} F(\alpha)\sin\alpha - \frac{s(\alpha)}{m n_0}\cos\alpha - \frac{\sigma h_1}{I_2} Z_2 s(\alpha)\sin\alpha$$

Выберем безразмерные параметры μ_1, $\mu_2 = b$, $\mu_3 = H_1$ следующим образом: $\mu_1 = 2B / m n_0$, $b = \sigma n_0$, $H_1 = B h_1 / I_2 n_0$. Уравнения (2)–(5) образуют замкнутую систему четвертого порядка, а (3)–(5) – третьего (ср. с [4, 5]).

3. Классификация фазовых портретов системы в трехмерном пространстве для некоторой области параметров. Изучим те динамические системы вида (3)–(5), при которых выполнено условие $\sigma n_0 < 2$. В общем пространстве физических параметров системы (3)–(5) $\{(\mu_1, \mu_2) \in \mathbf{R}^2\colon\ \mu_1 > 0,\ \mu_2 > 0\}$ в основном будем изучать лишь область

$$\{(\mu_1, \mu_2) \in \mathbf{R}^2\colon\ s(\alpha)/m\cos\alpha \geq \sigma F(\alpha)/I_2 \sin\alpha,\ \forall \alpha \in (0, \pi/2), \sigma n_0 < 2\}. \qquad (6)$$

Определение. *Индексом сепаратрисного поведения (isp) называется число* $I \in N_0$. *isp = I, если существуют сепаратрисы, выходящие из точек*

$$\alpha = \pi/2, (Z_2 - 1/2\mu_2)^2 + Z_1^2 = 1/4\mu_2^2 \qquad (7)$$

(7) при $Z_2 < 1/2\mu_2$, *которые имеют в качестве* $\omega-$*предельного множества точки (7) при* $Z_2 > 1/2\mu_2$ *(*$I \in N_0$*). При этом сепаратрисы охватывают окружность (7) и уходят в область* $\{(\alpha, Z_1, Z_2) \in \mathbf{R}^3\colon\ Z_2 < 0\}$ *I раз. При этом таких сепаратрис, охватывающих окружность (7) и уходящих в область* $\{(\alpha, Z_1, Z_2) \in \mathbf{R}^3\colon\ Z_2 < 0\}$ $I+1$ *раз, не существует.*

Теорема классификации. *Для любого isp из области определения существует точка из пространства параметров (6) системы (3)–(5), для которой в фазовом пространстве системы реализуется поведение рассматриваемых сепаратрис.* На рис. 1 пример для isp = 2.

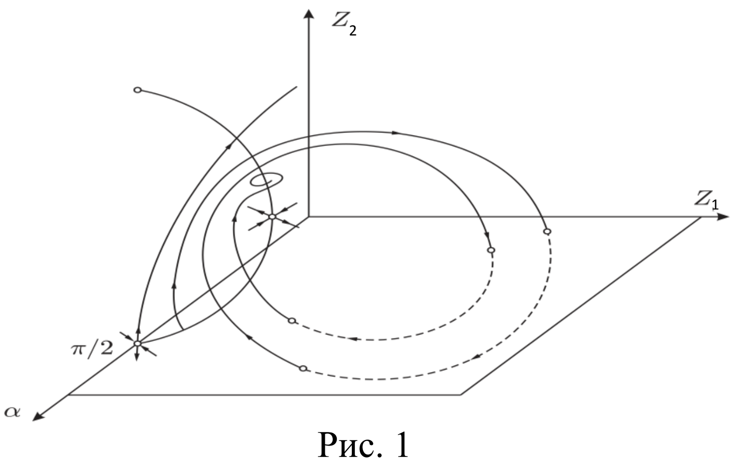

Рис. 1

Литература

1. Шамолин М.В. Методы анализа динамических систем с переменной диссипацией в динамике твердого тела. – М.: Экзамен, 2007. 352 с.
2. Чаплыгин С.А. О движении тяжелых тел в несжимаемой жидкости // В кн. Полн. собр. соч. Т. 1. Л.: Изд-во АН СССР, 1933. – С. 133–135.
3. Шамолин М.В. Динамические системы с переменной диссипацией: подходы, методы, приложения // Фундам. и прикл. матем. – 2008. – Т. 14. – Вып. 3. – С. 3–237.
4. Шамолин М.В. Моделирование движения твердого тела в сопротивляющейся среде и аналогии с вихревыми дорожками // Матем. моделирование. – 2015. – Т. 27. – № 1. – С. 33–53.
5. Шамолин М.В. Автоколебания при моделировании воздействия среды на твердое тело // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий. Сб. тр. IX междунар. конф. “ПМТУКТ-2016” (Воронеж, 20–26 сентября 2016 г.), ред. И. Л. Батаронов, А. П. Жабко, В. В. Провоторов. – Воронеж: «Научная книга», 2016. – С. 398–401.

УДК 517.9

СПЕКТРАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ОДНОГО ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА С ВЫРОЖДЕННЫМ ЯДРОМ

Шелковой А.Н.

Пусть $L_2[0,1]$ – гильбертово пространство комплексных измеримых (классов) функций, суммируемых с квадратом модуля со скалярным произведением вида $(x,y)=\int\limits_0^1 x(\tau)\overline{y(\tau)}d\tau$. Через $W_2^2[0,1]$ обозначим пространство Соболева $\{x\in L_2[0,1]: x'$ абсолютно непрерывна, $x''\in L_2[0,1]\}$. Рассматривается интегро-дифференциальный оператор $L:D(L)\subset L_2[0,1]\to L_2[0,1]$, порождаемый интегро-дифференциальным выражением вида $(Lx)(t)=-\ddot{x}(t)-\int\limits_0^1 K(t,s)x(s)ds$ с областью определения $D(L)=\left\{x\in W_2^2[0,1],\quad x(0)=x(1)=0\right\}$ и краевыми условиями $x(0)=x(1)=0$.