

**ЗАСЕДАНИЯ СЕМИНАРА
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА
МГУ ИМ. М. В. ЛОМОНОСОВА
«АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ГЕОМЕТРИИ И МЕХАНИКИ»
ИМ. ПРОФ. В. В. ТРОФИМОВА
ПОД РУКОВОДСТВОМ С. А. АГАФОНОВА,
Д. В. ГЕОРГИЕВСКОГО И М. В. ШАМОЛИНА**

© 2015 г. Д. В. ГЕОРГИЕВСКИЙ, М. В. ШАМОЛИН

ЗАСЕДАНИЕ 283 (8 февраля 2013 г.)

К. В. Квачев.

Метод Ляпунова–Мовчана в некоторых динамических задачах устойчивости упругих систем.

Работа посвящена применению прямого метода в задачах устойчивости аэроупругих систем в сверхзвуковом потоке газа. Представлен современный обзор по методу Ляпунова–Мовчана в механике сплошной среды. Рассмотрены задачи об устойчивости колебаний пластин и цилиндрических оболочек в сверхзвуковом потоке газа. В каждой из них найдено достаточное условие устойчивости в терминах ограничений на критическую скорость набегающего сверхзвукового потока газа.

ЗАСЕДАНИЕ 284 (15 февраля 2013 г.)

М. В. Мурашов.

Численное моделирование тепловой проводимости при сжатии шероховатых тел.

Сделана попытка получения механических свойств наклепанного поверхностного шероховатого слоя для использования в пространственном моделировании упругопластического теплового контакта фрактальных шероховатых поверхностей. Кривая упрочнения получена по результатам сравнения глубины погружения индентора в элемент шероховатой поверхности в физическом эксперименте и в численном моделировании при использовании механических свойств, полученных при сжатии образцов макроскопических размеров.

ЗАСЕДАНИЕ 285 (22 марта 2013 г.)

И. А. Буяков, В. А. Березкин.

Выпучивание тонкой сферической оболочки внутри шаровой полости сжимающегося массивного тела.

ЗАСЕДАНИЕ 286, ПОСВЯЩЕННОЕ 65-ЛЕТИЮ ПРОФЕССОРА С. А. АГАФОНОВА (29 марта 2013 г.).

ЗАСЕДАНИЕ 287 (5 апреля 2013 г.)

Д. В. Георгиевский.

Об обобщенных кинематических формулах Чезаро для конечных плоских деформаций.

Обсуждается задача нахождения вектора перемещений из системы нелинейных дифференциальных уравнений, куда входят компоненты градиента перемещений. Правая часть этой системы при определённых значениях параметров имеет кинематический смысл тензоров конечных

деформаций Лагранжа и Эйлера, поэтому к данной задаче можно подойти как к построению обобщённых формул Чезаро при конечных деформациях. Решение разбивается на два этапа — алгебраический и дифференциальный, причём второй всегда имеет место для пространства размерности, большей либо равной двум. Алгоритм обращения исходной системы и аналитические построения демонстрируются в работе для случая двумерного пространства.

ЗАСЕДАНИЕ 288 (12 апреля 2013 г.)

Р. И. Богданов, М. Р. Богданов, П. Р. Богданова.

Прямые измерения в квантовой механике.

Классическая теория измерения в квантовой механике расписана в большинстве монографий и апеллирует скорее к стационарному случаю, т.е. к случаю стационарного потенциала в уравнении. Классические измерения имеют вид квадратичного функционала на пространстве волновых функций.

Прямая теория измерений, в отличие от традиционной теории, имеет дело с пространством линейных функционалов на пространстве волновых функций, скажем, уравнения Шрёдингера. При этом оказывается, что прямое измерение подчинено автомодельной коммутативной группе от времени. Таким образом, идеи Анри Вейля, Р. Вигнера, фон Неймана приобретают совершенно другое звучание: вместо среднего импульса и координаты на пространстве волновых функций появляются группы на самом фазовом пространстве. Однако, этих рассмотрений довольно-таки мало, т.к. необходимо произвести локализацию и дискретизацию прямых измерений. На этом пути мы, оказывается, получаем теорию волновых фронтов В. И. Арнольда, полученную в рамках теории бифуркаций волновых объектов.

Мы приводим изложение в случае одномерного нестационарного уравнения Шрёдингера. На этом пути мы получаем двойственное пространство к пространству волновых функций Шрёдингера. Почему-то эта двойственность выступает совершенно по-новому в изложении квантовой механики.

ЗАСЕДАНИЕ 289 (19 апреля 2013 г.)

М. В. Шамолин.

Многомерное твердое тело-маятник в неконсервативном поле.

Проводится обзор случаев интегрируемости динамической части уравнений движения двумерного, трехмерного и четырехмерного закрепленного твердого тела-маятника, помещенного в поток набегающей среды.

Излагаются общие аспекты динамики свободного многомерного твердого тела: понятие тензора угловой скорости тела, совместные динамические уравнения движения, формулы Эйлера и Ривальса в многомерном случае.

Рассмотрен вопрос о тензоре инерции четырехмерного твердого тела. Предлагается изучать два логически возможных случая на главные моменты инерции.

Систематизируются полученные результаты по исследованию уравнений движения четырехмерного твердого тела, находящегося в некотором неконсервативном поле сил. Его вид также заимствован из динамики реальных твердых тел меньшей размерности, взаимодействующих с сопротивляющейся средой по законам струйного обтекания, при котором на тело действует неконсервативная следящая сила, или заставляющая во все время движения величину скорости некоторой характерной точки твердого тела оставаться постоянной во времени, что означает наличие в системе неинтегрируемой сервосвязи, или заставляющая во все время движения центр масс тела двигаться прямолинейно и равномерно, что означает наличие в системе неконсервативной пары сил.

ЗАСЕДАНИЕ 290 (26 апреля 2013 г.)

В. С. Юшутин.

Устойчивость деформирования стенок канала при протекании по нему вязкопластической среды.

ЗАСЕДАНИЕ 291 в рамках XVI МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ *Dynamical Systems Modelling and Stability Investigation* (31 мая 2013 г.).

1. *С. А. Агафонов, Ф. Х. Ахметова.*

Влияние сухого трения в опорах ротора на устойчивость стационарного движения гироскопа в кардановом подвесе.

Рассматривается уравновешенный ротор, причем опоры ротора являются упругими. Со стороны внутренней рамки на ротор действует сухое трение, приводящее к появлению циркулярных сил. Устойчивость стационарного движения исследуется в нелинейной постановке. Условие устойчивости доказано для большинства (в смысле меры Лебега) начальных условий. В пространстве трех параметров приведена поверхность, на которой нарушается условие устойчивости.

2. *В. И. Ванько, Е. С. Перельгина.*

Продольный изгиб упруго-пластического стержня: обсуждение классических результатов.

В работе выясняется адекватность концепций касательного и приведенного модулей в теории продольного изгиба упруго-пластических стержней.

3. *Д. В. Георгиевский.*

Общие решения ослабленных систем теории упругости в напряжениях.

В работе обсуждается степень неэквивалентности постановок квазистатических краевых задач теории упругости в напряжениях, основанных на предложенных автором системах уравнений, классической постановке и постановке Б. Е. Победри.

4. *М. В. Шамолин.*

Обзор случаев интегрируемости в динамике многомерного твердого тела в неконсервативном поле сил.

Работа представляет собой обзор по полученным ранее, а также новым случаям интегрируемости в динамике четырехмерного (а также n -мерного) твердого тела, находящегося в некотором неконсервативном поле сил. Вид силового поля заимствован из пространственной динамики твердого тела, взаимодействующего с сопротивляющейся средой. Последнее значительно отличается от работ по интегрируемости уравнений движения многомерного тела в поле сил консервативном. Исследуемые задачи описываются динамическими системами с так называемой переменной диссипацией с нулевым средним.

Проблема поиска полного набора трансцендентных (в смысле комплексного анализа) первых интегралов систем с диссипацией является достаточно актуальной, и ей было ранее посвящено множество работ. Введен в рассмотрение новый класс динамических систем, имеющих периодическую координату. Благодаря наличию в таких системах нетривиальных групп симметрий, показано, что рассматриваемые системы обладают переменной диссипацией, означающей, что в среднем за период по имеющейся периодической координате диссипация в системе равна нулю, хотя в разных областях фазового пространства в системе может присутствовать как подкачка энергии извне, так и ее рассеяние. На базе полученного материала проанализированы динамические системы, возникающие в динамике четырехмерного (а также многомерного) твердого тела в неконсервативном поле. В результате обнаружен ряд случаев интегрируемости уравнений движения в трансцендентных функциях и выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций.

ЗАСЕДАНИЕ 292 (7 июня 2013 г.)

Н. Н. Шамаров.

О квантовомеханических амплитудах.

ЗАСЕДАНИЕ 293 (4 июня 2013 г.)

В. И. Ванько, Е. С. Перельгина.

Продольный изгиб упруго-пластического стержня: Т. фон Карман или Ф. Шэнли?.

ЗАСЕДАНИЕ 294 (21 июня 2013 г.)

Н. В. Походня, М. В. Шамолин.

Случай интегрируемости в динамике многомерного тела.

В данной работе изучаются динамические уравнения движения четырехмерного твердого тела в неконсервативном поле. Полученные результаты относятся к случаю, когда все взаимодействие среды с четырехмерным телом сосредоточено на той части поверхности тела, которая имеет форму двумерного диска, при этом силовое воздействие сосредоточено на двумерной плоскости, которая перпендикулярна данному диску. При этом вводится дополнительная зависимость момента неконсервативной силы от тензора угловой скорости.

Доказано, что система динамических уравнений движения четырехмерного динамически симметричного тела десятого порядка, при некоторых естественных условиях обладает девятью инвариантными соотношениями (полным набором), три из которых являются трансцендентными функциями с точки зрения комплексного анализа. При этом все соотношения выражаются через конечную комбинацию элементарных функций.

ЗАСЕДАНИЕ 295 (28 июня 2013 г.)

Н. Л. Поляков.

О свойстве Эрроу для симметричных классов функций выбора.

В докладе рассмотрена классическая проблема теории коллективного выбора. Множество D r -функций выбора обладает свойством Эрроу, если каждое нормальное правило обобщения, которое сохраняет множество D , является диктаторским правилом, т.е. проекцией. Нормальным здесь названо правило обобщения, которое удовлетворяет условию независимости от посторонних альтернатив и некоторому усиленному условию единогласия. Получена полная классификация симметричных классов D r -функций выбора на произвольном конечном множестве A , которые обладают свойством Эрроу. Этот результат усиливает теорему Шелаха о свойстве Эрроу и является обобщением известной теоремы Эрроу о невозможности.

ЗАСЕДАНИЕ 296 (13 сентября 2013 г.)

Д. В. Георгиевский.

Уравнения совместности в системах, основанных на обобщённых кинематических соотношениях Коши.

Выведены условия интегрируемости систем линейных дифференциальных уравнений в частных производных, основанных на обобщённых кинематических соотношениях Коши. Обобщение производится как на размерность евклидова пространства, так и на ранг объекта, в классическом случае соответствующего вектору перемещений. Условия интегрируемости, или уравнения совместности, записаны в виде равенства нулю всех компонент либо введённого в рассмотрение обобщённого тензора несовместности, либо полученного из него свёртками с символами Леви–Чивиты обобщённого тензора Римана–Кристоффеля. Найдены ранги и число независимых компонент этих тензоров.

ЗАСЕДАНИЕ 297 (20 сентября 2013 г.)

М. В. Шамолин.

Новый случай интегрируемости в динамике многомерного тела в неконсервативном поле.

Изучение динамики многомерного твердого тела зависит от структуры силового поля. Для нас опорными результатами являются уравнения движения маломерных твердых тел в поле силы

сопротивления среды, и тогда становится возможным обобщение динамической части уравнений на случай движения тела многомерного в аналогично построенном поле сил и получение полного списка трансцендентных первых интегралов. Полученные результаты важны в том смысле, что в системе присутствует неконсервативный момент, а ранее в основном использовалось поле сил потенциальное.

Ранее была показана интегрируемость уравнений плоскопараллельного движения тела в сопротивляющейся среде при некоторых условиях, когда у системы динамических уравнений был найден в явном виде первый интеграл, являющийся трансцендентной (прежде всего, в смысле комплексного анализа, и уже потом в смысле теории элементарных функций) функцией квазискоростей. При этом все взаимодействие среды с телом сосредоточено на той части поверхности, которая имеет форму (одномерной) пластины. Позднее плоская задача была обобщена на пространственный (трехмерный) случай, при этом у системы динамических уравнений также был найден в явном виде полный набор трансцендентных первых интегралов. Здесь уже все взаимодействие среды с телом сосредоточено на той части его поверхности, которая имеет форму плоского (двумерного) диска. Далее, была исследована динамическая часть уравнений движения различных динамически симметричных четырехмерных твердых тел, где силовое поле сосредоточено на той части поверхности тела, которая имеет форму двумерного (трехмерного) диска, при этом силовое воздействие сосредоточено на двумерной плоскости (одномерной прямой), перпендикулярной данному диску.

Исследуется динамическая часть уравнений движения динамически симметричного n -мерного твердого тела, где силовое поле сосредоточено на той части поверхности тела, которая имеет форму $(n - 1)$ -мерного диска. При некоторых условиях получен полный список трансцендентных первых интегралов, выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций.

ЗАСЕДАНИЕ 298 (4 октября 2013 г.)

И. А. Буяков, А. В. Лысенко.

Особенность осесимметричного деформирования надувной торообразной оболочки при воздействии внешнего давления.

Исследовано сопротивление надувной торообразной оболочки, подверженной воздействию внешнего давления, приложенного к внешней части поверхности тора. Решение получено в рамках нелинейной теории безмоментных оболочек. Показано, что при некотором значении внутреннего давления, превышающего, однако, величину внешнего давления, на наружной поверхности тора в окрестности экватора возникают кольцевые сжимающие напряжения, то есть образуется зона одноосного напряжённого состояния. Данный факт необходимо учитывать при проектировании надувных конструкций, подверженных воздействию внешнего давления.

ЗАСЕДАНИЕ 299, ВЫЕЗДНОЕ ЗАСЕДАНИЕ В РАМКАХ ОТКРЫТИЯ И ПРЕЗЕНТАЦИИ НИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ И СЕЙСМОДИНАМИКИ (г. Грозный, Чеченская Республика) (18 октября 2013 г.).

ЗАСЕДАНИЕ 300 ЮБИЛЕЙНОЕ (1 ноября 2013 г.).

ЗАСЕДАНИЕ 301 ПАМЯТИ ПРОФЕССОРА Р. И. БОГДАНОВА (1950–2013) И ПРОФЕССОРА Е. В. ЛОБАНОВА (1953–1998) (8 ноября 2013 г.).

ЗАСЕДАНИЕ 302 (22 ноября 2013 г.)

А. М. Факеев.

Разработка моделей циклического деформирования и малоциклового усталости конструкционных материалов при неизотермическом нагружении.

Обобщены модели циклического деформирования и малоциклового усталости на случай неизотермического нагружения. Модель циклического неизотермического деформирования в зависимости от накопленной пластической деформации (параметра Одквиста) описывает изменения

размера упругой области, масштаба преобразования нелинейного участка кривой деформирования и модуля упругой разгрузки. Показано, что степенная зависимость, связывающая предельную величину накопленной пластической деформации и число полуциклов до разрушения позволяет оценивать ресурс малоциклового усталости при неизотермическом нагружении.

ЗАСЕДАНИЕ 303 (6 декабря 2013 г.)

П. А. Ваганов.

Численно-аналитическое исследование напряжённо-деформированного состояния лопаток при управляемом обрыве.

ЗАСЕДАНИЕ 304 (13 декабря 2013 г.)

В. С. Юшутин.

Динамическая устойчивость стенок канала при протекании по нему физически нелинейной среды.

ЗАСЕДАНИЕ 305 (27 декабря 2013 г.)

М. В. Шамолин.

Случай интегрируемости в трансцендентных функциях в многомерной динамике.

Изучаются неконсервативные системы, для которых методика исследования, например, гамильтоновых систем, вообще говоря, неприменима. Таким образом, для таких систем необходимо в некотором смысле «в лоб» интегрировать основное уравнение динамики.

Результаты предлагаемой работы являются развитием предыдущих исследований, в том числе, и некоторой прикладной задачи из динамики твёрдого тела, где были получены полные списки трансцендентных первых интегралов, выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций. Позднее данное обстоятельство позволило провести полный анализ всех фазовых траекторий и указать на те их свойства, которые обладали грубостью и сохранялись для систем более общего вида. Полная интегрируемость таких систем была связана с симметриями скрытого типа.

Как известно, понятие интегрируемости, вообще говоря, достаточно расплывчатое. При его построении необходимо учитывать в каком смысле оно понимается (имеется в виду некий критерий, по которому делается вывод о том, что траектории рассматриваемой динамической системы устроены особенно «привлекательно и просто»), в классе каких функций ищутся первые интегралы и т.д.

В данной работе принимается такой подход, который учитывает в качестве класса функций как первых интегралов трансцендентные функции, причем элементарные. Здесь трансцендентность понимается не в смысле теории элементарных функций (например тригонометрических), а в смысле наличия у них существенно особых точек (в силу классификации, принятой в теории функций комплексного переменного, когда функция имеет существенно особые точки).

Д. В. Георгиевский

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: georgiev@mech.math.msu.su

М. В. Шамолин

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия,

Институт механики, Москва, Россия

E-mail: shamolin@imec.msu.ru