

**СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ
ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ,
ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ И
КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
(ПМТУКТ-2015)**

**СБОРНИК ТРУДОВ VIII Международной
научной конференции
Воронеж, 21-26 сентября, 2015**



2015

Министерство образования и науки РФ
Воронежский государственный технический университет
Санкт-Петербургский государственный университет
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова
Воронежский государственный университет
Пермский государственный национальный исследовательский университет
Пермский национальный исследовательский политехнический университет
Тамбовский государственный технический университет

**СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ
ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ,
ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ
И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

(ПМТУКТ-2015)

**Сборник трудов
VIII международной конференции
Воронеж, 21–26 сентября 2015 г.**

Воронеж
Издательство «Научная книга»
2015

УДК 517.94 (95, 97, 62,63), 519.17 (67, 71, 977)

C568

Оргкомитет:

Председатель: В.Р. Петренко, профессор, ректор ВГТУ; сопредседатели: В.Л. Бурковский, профессор, проректор по развитию информационных ресурсов и молодежной политики ВГТУ, А.П. Жабко, профессор, заведующий кафедрой управления СПбГУ; заместители председателя: И.Л. Батаронов, профессор, ВГТУ; В.В. Провоторов, профессор, ВГУ; члены оргкомитета: С.И. Дворецкий, В.В. Малыгина, В.И. Ряжских, Ю.А. Гнилицкая, И.П. Яковлева

Программный комитет:

Председатель: Л.А. Петросян; сопредседатели: Е.И. Моисеев, А.Б. Рубин; заместители председателя: И.Л. Батаронов, А.П. Жабко, В.П. Максимов, С.Л. Подвальный, Г.А. Ризниченко, В.И. Ряжских, А.И. Шашкин, А.А. Шкалик; члены программного комитета: А.Ю. Александров, А.П. Афанасьев, В.П. Борисенков, А.В. Боровских, L. Berezanski, Е.И. Веремей, L. Vitagliano, С.И. Дворецкий, Г.В. Демиденко, Д.В. Дмитришин, А. Domoshnitsky, Я.М. Ерусалимский, Е.С. Жуковский, В.Г. Задорожний, А.М. Камачкин, О.Я. Кравец, Н.Ю. Лукоянов, В.В. Малыгина, С.Д. Махортов, О.М. Пенкин, В.В. Провоторов, А.А. Рогов, Н.Х. Розов, Ю.И. Сапронов, Т.И. Смирнов, П.М. Симонов, А. Shindiapin, А.П. Хромов, В.А. Юрко

С 568 Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий: сб. тр. VIII междунар. конф. «ПМТУКТ-2015» / под ред. И.Л. Батаронова, А.П. Жабко, В.В. Провоторова; Воронеж. гос. техн. ун-т., Моск. гос. ун-т., С.-Петербург. гос. ун-т., Воронеж. гос. ун-т., Пермск. гос. нац. исслед. ун-т, Пермск. нац. исслед. политех. ун-т, Тамбов. гос. техн. ун-т. – Воронеж: Изд-во «Научная книга», 2015. – 478 с.

ISBN 978-5-98222-876-5

В сборнике представлены статьи по материалам докладов и лекций, включенных в программу VIII Международной научной конференции ПМТУКТ-2015.

Тематика охватывает широкий спектр проблем прикладной математики, теории управления, дифференциальных игр, качественных методов математического моделирования в различных разделах естествознания (биология, медицина, химия), другие разделы современной прикладной математики (в том числе экономического характера). Представлены приближенные методы исследования математических моделей, компьютерные технологии в процессах управления, а также современные компьютерные технологии создания программных продуктов.

УДК 517.94 (95, 97, 62,63), 519.17 (67, 71, 977)

C 568

ISBN 978-5-98222-876-5

- © Воронежский государственный технический университет
- © Московский государственный университет
- © Санкт-Петербургский государственный университет
- © Воронежский государственный университет
- © Пермский государственный национальный исследовательский университет
- © Пермский национальный исследовательский политехнический университет
- © Тамбовский государственный технический университет

Литература.

1. Sabatulina T., Malygina V. On positiveness of the fundamental solution for a linear autonomous differential equation with distributed delay // Electron. J. Qual. Theory Differ. Equ. 2014. № 61. С. 1-16.
2. Чудинов К.М. Функционально-дифференциальные неравенства и оценка функции Коши уравнения с последствием // Изв. вузов. Математика. 2014. № 4. С. 52-61.

УДК 531.01+531.552

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ СРЕДЫ НА ТВЕРДОЕ ТЕЛО С ПЕРЕДНЕЙ ЧАСТЬЮ В ВИДЕ КОНУСА

Шамолин М.В.

Построена нелинейная математическая модель воздействия среды на твердое тело, имеющее переднюю часть своей внешней поверхности в виде кругового конуса. Проводится многопараметрический анализ динамических уравнений движения. Предъявлены достаточные условия устойчивости основного режима движения – прямолинейного поступательного торможения, а также условия наличия в системе автоколебательных режимов. Получено новое семейство фазовых портретов на фазовом цилиндре квазискоростей. Данное семейство состоит из бесчисленного множества неэквивалентных фазовых портретов.

1. Модельные предположения и невозмущенное движение. Предположим, что однородное твердое тело массы m совершает плоскопараллельное движение в среде, и что некоторая часть внешней поверхности тела представляет собой конус, находящийся в условиях струйного обтекания средой. Конусообразная конструкция поверхности тела и гипотеза о квазистатическом воздействии среды позволяют сформулировать полную схему сил: воздействие среды на тело сводится к суммарной силе $\mathbf{S} = \mathbf{S}_x + \mathbf{S}_y$, приложенной в некоторой точке прямой Dy связанной с телом системы координат Dxy (D – вершина конуса). При этом лобовое сопротивление \mathbf{S}_x параллельно оси Dx и проходит через точку N , а боковая сила \mathbf{S}_y действует вдоль прямой Dy . Остальная часть поверхности тела может быть размещена внутри объема, ограниченного струйной поверхностью, срывающейся с края конуса, и главное, что она не испытывает действия среды [1, 2].

Предположим, что координата y_N точки N определяется, по крайней мере, углом атаки α , измеряемым между вектором скорости точки D относительно потока и осью симметрии Dx : $y_N = R(\alpha, \dots)$. Силы \mathbf{S}_x и \mathbf{S}_y будем представлять в виде: $\mathbf{S}_x = -s(\alpha)v^2\mathbf{e}_x$, $\mathbf{S}_y = -b(\alpha)v^2\mathbf{e}_y$, $|v_D| = v$, с некоторыми коэффициентами s , b , зависящими лишь от угла атаки. Таким образом, тройка функций $R(\alpha, \dots)$, $s(\alpha)$, $b(\alpha)$ определяет воздействие среды на твердое тело в условиях квазистационарности [1–3].

Допустим, что среди движений тела существует режим прямолинейного поступательного торможения с нулевым углом атаки (невозмущенное движение). Это возможно при выполнении двух условий: (i) скорости движения всех точек тела параллельны оси Dx ; (ii) перпендикуляр, опущенный из центра масс C тела на ось Dy , принадлежит линии действия силы \mathbf{S} .

Для построения динамической модели введем следующие координаты: v – величина скорости точки D относительно потока, α – угол атаки, Ω – значение угловой скорости тела. Коэффициенты лобового сопротивления s и боковой силы b обычно представляют в виде $s = \rho P c_x / 2$, $b = \rho P c_y / 2$, где c_x , c_y – уже безразмерные коэффициенты лобового сопротивления и боковой силы, соответственно (ρ – плотность среды, P – характерная поперечная площадь).

В дальнейшем в уравнениях движения возникают следующие три функции фазовых переменных: R , s и b , которые будем называть функциями воздействия среды. Ограничимся зависимостью коэффициентов c_x , c_y от угла атаки, т.е. в принципе будем считать величины s и b функциями α , а величину R – функцией, вообще говоря, пары безразмерных переменных (α, ω) .

Невозмущенное движение задается уравнениями $\alpha(t) \equiv 0$, $\omega(t) \equiv 0$. Поэтому функцию R при малых α , ω примем в виде $R = D_1(k\alpha - h\omega)$, где k и h – некоторые постоянные, D_1 – характерный размер. Функцию b при малых α примем в виде $b = b_1\alpha$. Зависимостью же s от α , в силу геометрической симметрии тела, обеспечивающей четность функции s , пренебрегаем. Линеаризованная модель силового воздействия среды содержит четыре параметра s , b_1 , k , h , которые определяются геометрическими параметрами конуса. Два первых из этих параметров – коэффициенты s , b_1 – размерные. Отметим, что величины k , h могут быть экспериментально определены путем весовых измерений в установках типа гидро- или аэродинамических труб.

Будем рассматривать класс возможных движений тела при малых углах атаки в качестве «опорного» для рассмотрения класса свободного торможения тела с конечными углами атаки. При этом для конусов различной формы углы атаки вполне могут принимать практически любое значение из интервала $(0, \pi/2)$, и лишь при углах, близких к $\pi/2$, неизбежен так называемый замыв боковой поверхности. Поэтому возникает необходимость продолжения функций воздействия среды R , b и s по крайней мере на конечные углы атаки, т.е. «расширения» их области определения на интервал $(0, \pi/2)$. Но мы будем продолжать данные функции на всю числовую прямую [2–4].

2. Об устойчивости невозмущенного движения. При изучении модели взаимодействия твердого тела со средой найдены достаточные условия устойчивости невозмущенного движения. Показано, что при некоторых условиях возможно также присутствие в системе либо устойчивого, либо неустойчивого автоколебательных режимов.

По причине сложности нелинейного анализа, начальным этапом такого исследования является пренебрежение зависимостью момента суммарной силы воздействия среды от угловой скорости тела и использование такой зависимости лишь от угла атаки ($R(\alpha, \dots) = R(\alpha)$).

3. Новое семейство фазовых портретов в динамике твердого тела, взаимодействующего со средой. Проводится исследование систем, описывающих движение тела в сопротивляющейся среде, при котором на следящую силу наложено условие $T = -S$, означающее присутствие в системе неконсервативной пары сил, заставляющей центр масс тела двигаться прямолинейно и равномерно. Найдены некоторые частные решения полной системы, проведено качественное интегрирование динамических уравнений в пространстве квазискоростей. Получено новое семейство фазовых портретов на двумерном цилиндре. Построенное семейство состоит из бесчисленного множества фазовых портретов с различными качественными свойствами. При этом в дальнейшем полный нелинейный анализ построенных систем проводится, вообще говоря, как ранее известными методами качественной теории, так и новыми методами, полученными для систем с так называемой переменной диссипацией [1–3].

Будем исследовать систему следующего вида:

$$\alpha' = \omega + \sigma\psi(\alpha, \omega) \cos \alpha / I + \sigma\omega^2 \cos \alpha, \quad \omega' = -\psi(\alpha, \omega) / I - \omega\Psi_1(\alpha, \omega),$$

$$\psi(\alpha, \omega) = F(\alpha) - \sigma b(\alpha), \quad \Psi_1(\alpha, \omega) = \sigma\psi(\alpha, \omega) \sin \alpha / I - \sigma\omega^2 \sin \alpha$$

(здесь σ – расстояние CD , I – центральный момент инерции, $F = Rs$, $\omega = \Omega\sigma/\nu$).

Таким образом, в системе присутствуют две пары сил: пара силы лобового сопротивления и пара боковой силы. При этом полученная система является обобщением системы, рассмотренной для случая движения тела с передним плоским торцом [4].

Приведем примеры фазовых портретов рассматриваемой системы на фазовом цилиндре квазискоростей (рис. 1, 2, $\Omega \leftrightarrow \omega$).

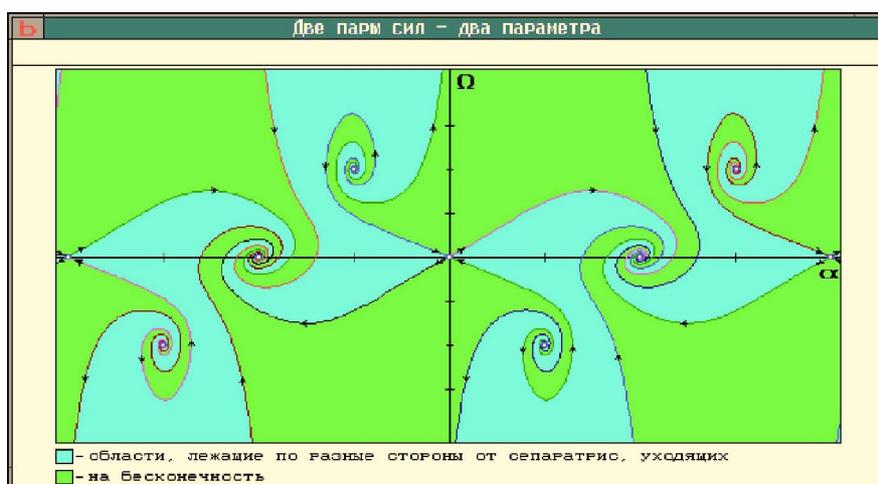


Рис. 1

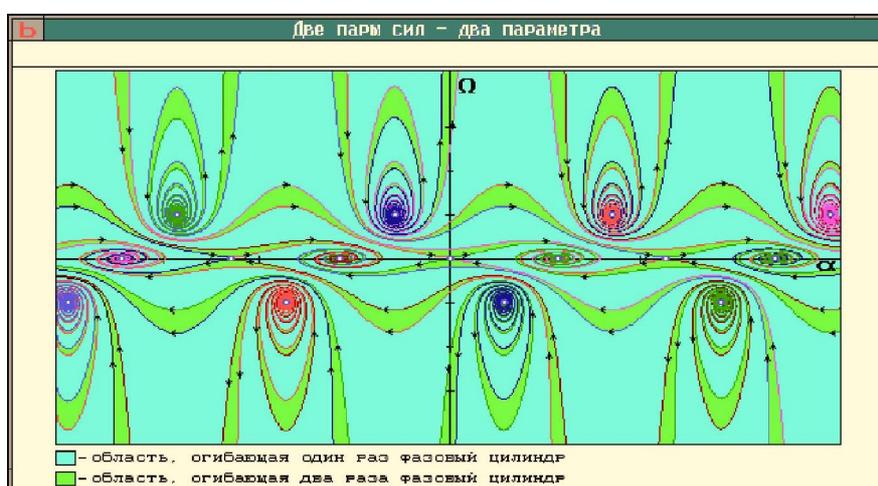


Рис. 2

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 12-01-00020-а).

Литература.

1. Шамолин М.В. Методы анализа динамических систем с переменной диссипацией в динамике твердого тела. – М.: Экзамен, 2007. 352 с.
2. Чаплыгин С.А. О движении тяжелых тел в несжимаемой жидкости // В кн. Полн. собр. соч. Т. 1. Л.: Изд-во АН СССР, 1933. – С. 133–135.
3. Шамолин М.В. Динамические системы с переменной диссипацией: подходы, методы, приложения // Фундам. и прикл. матем. – 2008. – Т. 14. – Вып. 3. – С. 3–237.
4. Шамолин М.В. Моделирование движения твердого тела в сопротивляющейся среде и аналогии с вихревыми дорожками // Матем. моделирование. – 2015. – Т. 27. – № 1. – С. 33–53.