



**МАТЕРИАЛЫ  
МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ  
«ВОРОНЕЖСКАЯ ЗИМНЯЯ  
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ШКОЛА  
С. Г. КРЕЙНА – 2014»**

  
2014

ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**МАТЕРИАЛЫ  
МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ  
«ВОРОНЕЖСКАЯ ЗИМНЯЯ  
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ШКОЛА  
С. Г. КРЕЙНА – 2014»**



Воронеж  
Издательско-полиграфический центр  
«Научная книга»  
2014

УДК 517.5+517.9(083)  
ББК 22.16я4  
М34

Напечатано по решению Ученого совета математического факультета Воронежского государственного университета

Издано при поддержке ОАО «Турбонасос»  
гранта РФФИ № 14-01-06802-моб\_г

Под редакцией В. А. Костина

**Оргкомитет:** Ендовицкий Д. А. (председатель). **Сопредседатели:** Маслов В. П., Попов В. Н., Костин В. А. **Заместители председателя:** Бавев А. Д., Валюхов С. Г., Овчинников В. И., Семенов Е. М. **Члены оргкомитета:** Алхутев Ю. А., Баскаков А. Г., Вирченко Ю. П., Гликих Ю. Е., Глушко А. В., Жиков В. В., Звягин В. Г., Каменский М. И., Кожанов А. И., Костин А. В., Ляхов Л. Н., Новиков И. Я., Орлов В. П., Пятков С. Г., Сабитов К. А., Свиридов Г. А., Солдатов А. П., Фоменко Т. Н., Чаплыгин А. А.

**Программный комитет:** Фоменко А. Т. (председатель), Мухамадиев Э. М., Азизов Т. Я., Арутюнов А. В., Гольдман М. А., Забрейко П. П., Задорожний В. Г., Зайцев В. Ф., Калитвин В. А., Лобода А. В., Перов А. И., Поветко В. Н., Репников В. Д., Сапронов Ю. И., Фёдоров В. Е., Харламов М. П.

**Материалы** международной конференции «Воронежская зимняя математическая школа С. Г. Крейна – 2014» [Текст] / под ред. В. А. Костина. – Воронеж : Издательско-полиграфический центр «Научная книга», 2014. – 435 с.

ISBN 978-5-4446-0370-3

В сборнике представлены статьи участников международной конференции «Воронежская зимняя математическая школа С. Г. Крейна – 2014», содержащие новые результаты по функциональному анализу, дифференциальным уравнениям, краевым задачам математической физики и другим разделам современной математики.

Предназначен для научных работников, аспирантов и студентов.

УДК 517.5+517.9(083)  
ББК 22.16я4

© ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный университет», 2014

© Издательско-полиграфический центр «Научная книга», 2014

ISBN 978-5-4446-0370-3

Уважаемые участники ВЗМШ С.Г.Крейна – 2014, мы продолжаем знакомство с выдающимися людьми, внесшими и вносящими основополагающий вклад в создание, поддержку и развитие воронежских зимних математических школ.

В этом сборнике предлагается информация об их основателе С.Г. Крейне, 95-летие которого было отмечено 15 июля 2012 года. А также мы расскажем об одном из его учеников - выпускнике математического факультета ВГУ Валюхове С.Г., достигшего крупных успехов в приложениях математических методов в конструировании и производстве высокотехнологичной продукции, соответствующей мировым стандартам. Хорошо понимая значение фундаментальной математики, Сергей Георгиевич оказывает финансовую поддержку в проведении наших школ, за что мы выражаем сердечную благодарность ему и его организации «Турбонасос».

**Ученый. Учитель. Кумир**

*В.А. Костин*

(Воронеж, Воронежский государственный университет;  
*vlkostin@mail.ru*)

15 июля 2012 исполнилось 95 лет со дня рождения выдающегося отечественного ученого и педагога с мировым именем, доктора технических наук, профессора, заслуженного деятеля науки РФ Селима Григорьевича Крейна.

В своих воспоминаниях его одноклассник и друг по средней школе г.Киева И.П. Грагеров пишет, что в школьные годы, да и позднее, все друзья и родные именовали его Мирой, так как имя Селим является производным от Шолом, что в переводе с иврита означает Мир. При



## Литература

1. Абдуллин И.Ш., Желтухин В.С., Кашапов Н.Ф. Высоко-частотная плазменно-струйная обработка материалов при пониженных давлениях. Теория и практика применения. – Казань: Изд-во Казанского университета, 2000. – 348 с.
2. Абдуллин И.Ш., Желтухин В.С., Чебакова В.Ю., Шнейдер М.Н. Моделирование высокочастотного емкостного разряда при больших межэлектродных расстояниях. I. Постановка задачи // Ученые записки Казанского университета. Серия физико-математические науки. – 2013. – Т. 155, Кн. 2. – С. 127–134.
3. Самарский А.А., Вабищевич П.Р. Численные методы решения задач конвекции-диффузии. – Москва: Эдиториал УРСС, 1999. – 248 с.
4. Лисовский В.А. Особенности  $\alpha - \gamma$ -перехода в ВЧ-разряде низкого давления в аргоне // Журнал технической физики. – 1998. – Т. 68, вып. 5. – С. 52–60.
5. Lymberopoulos Dimitris P. and Economou Demetre J. Fluid simulations of glow discharge & Effect of metastable atoms in argon // J. Appl. Phys. – 15 April 1993. – Vol. 73, No. 8. – С. 3668–3679.

## Обзор случаев интегрируемости уравнений движения многомерного твердого тела в неконсервативном поле<sup>19</sup>

М.В. Шамолин

(Москва, МГУ им. М. В. Ломоносова; [shamolin@rambler.ru](mailto:shamolin@rambler.ru),  
[shamolin@imec.msu.ru](mailto:shamolin@imec.msu.ru))

Изучение динамики многомерного твердого тела зависит от структуры силового поля. Опорными результатами являются уравнения движения маломерных твердых тел в поле силы сопротивления среды, и тогда становится возможным обобщение динамической части уравнений на случай движения тела многомерного в аналогично построенном поле сил и получение полного списка трансцендентных первых интегралов. Полученные

<sup>19</sup>Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 12-01-00020-а)

результаты важны в том смысле, что в системе присутствует неконсервативный момент, а ранее в основном использовалось поле сил потенциальное [1].

Ранее была показана интегрируемость уравнений плоскопараллельного движения тела в сопротивляющейся среде при некоторых условиях, когда у системы динамических уравнений был найден в явном виде первый интеграл, являющийся трансцендентной (прежде всего, в смысле комплексного анализа, и уже потом в смысле теории элементарных функций) функцией квадратов скоростей. При этом все взаимодействие среды с телом сосредоточено на той части поверхности, которая имеет форму (одномерной) пластины. Позднее плоская задача была обобщена на пространственный (трехмерный) случай, при этом у системы динамических уравнений также был найден в явном виде полный набор трансцендентных первых интегралов. Здесь уже все взаимодействие среды с телом сосредоточено на той части его поверхности, которая имеет форму плоского (двумерного) диска. Далее, была исследована динамическая часть уравнений движения различных динамически симметричных четырехмерных твердых тел, где силовое поле сосредоточено на той части поверхности тела, которая имеет форму двумерного (трехмерного) диска, при этом силовое воздействие сосредоточено на двумерной плоскости (одномерной прямой), перпендикулярной данному диску [1].

Для начала в работе излагаются общие аспекты динамики свободного многомерного твердого тела: понятие тензора угловой скорости тела, совместные динамические уравнения движения на прямом произведении  $\mathbf{R}^n \times \text{so}(n)$ , формулы Эйлера и Ривальса в многомерном случае.

Рассмотрен вопрос о тензоре инерции четырехмерного ( $4D$ -) твердого тела. В данной работе предлагается изучать два логически возможных случая на главные моменты инерции (когда имеются два соотношения на главные моменты инерции):

(i) когда имеется тройка равных главных моментов инерции ( $I_2 = I_3 = I_4$ );

(*ii*) когда имеется две пары равных момента инерции ( $I_1 = I_2, I_3 = I_4$ ).

При этом систематизируются полученные результаты по исследованию уравнений движения четырехмерного ( $4D-$ ) твердого тела, находящегося в некотором неконсервативном поле сил для случая (*i*). Его вид также заимствован из динамики реальных твердых тел меньшей размерности, взаимодействующих с сопротивляющейся средой по законам струйного обтекания, при котором на тело действует неконсервативная следящая сила, или заставляющая во все время движения величину скорости некоторой характерной точки твердого тела оставаться постоянной во времени, что означает наличие в системе неинтегрируемой сервосвязи, или заставляющая во все время движения центр масс тела двигаться прямолинейно и равномерно, что означает наличие в системе неконсервативной пары сил.

Более того, к четырем имеющимся аналитическим инвариантным соотношениям (неинтегрируемой связи и трем интегралам о равенстве нулю компонент тензора угловой скорости) найдены четыре дополнительных трансцендентных первых интеграла, выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций, а в случае наличия в системе неконсервативной пары сил — сделано то же самое, только к четырем имеющимся аналитическим первым интегралам (квадрату скорости центра масс и трем интегралам о равенстве нулю компонент тензора угловой скорости).

Результаты относятся к случаю, когда все взаимодействие среды с телом сосредоточено на той части поверхности тела, которая имеет форму трехмерного диска, при этом силовое воздействие сосредоточено в направлении, которое перпендикулярно данному диску. Данные результаты систематизируются и подаются в инвариантном виде. При этом вводится дополнительная зависимость момента неконсервативной силы от угловой скорости. Данная зависимость в дальнейшем распространена и на случаи движения в пространствах высшей размерности.

В дальнейшем систематизируются полученные результаты по исследованию уравнений движения четырехмерного ( $4D-$ ) твердого тела, находящегося в некотором неконсервативном поле сил для случая (*ii*). Его вид также заимствован из динамики реальных твердых тел меньшей размерности, взаимодействующих с сопротивляющейся средой по законам струйного обтекания, при котором на тело действует неконсервативная следящая сила, заставляющая во все время движения оставаться постоянными во времени как величину скорости некоторой характерной точки твердого тела, так и некоторую другую фазовую переменную. Последний факт означает наличие в системе неинтегрируемых сервосвязей.

Более того, к четырем имеющимся аналитическим инвариантным соотношениям (двум неинтегрируемым связям и двум интегралам о равенстве нулю компонент тензора угловой скорости) найдены два аналитических и три дополнительных трансцендентных первых интеграла, выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций.

Результаты относятся к случаю, когда все взаимодействие среды с телом сосредоточено на той части поверхности тела, которая имеет форму двумерного диска, при этом силовое воздействие сосредоточено на двумерной плоскости, которая перпендикулярна данному диску. Данные результаты систематизируются и подаются в инвариантном виде. При этом вводится дополнительная зависимость момента неконсервативной силы от угловой скорости. Данная зависимость в дальнейшем распространена и на случаи движения в пространствах высшей размерности [2–5].

### Литература

1. Шамолин М.В. Методы анализа динамических систем с переменной диссипацией в динамике твердого тела. М.: "Экзамен" 2007. 352 с.
2. Шамолин М.В. Полный список первых интегралов в задаче о движении четырехмерного твердого тела в неконсервативном поле при наличии линейного демпфирования // Доклады РАН, 2011. Т. 440. № 2. С. 187–190.

3. Шамолин М.В. Новый случай интегрируемости в динамике четырехмерного твердого тела в неконсервативном поле при наличии линейного демпфирования // Доклады РАН, 2012. Т. 444. № 5. С. 506–509.

4. Шамолин М.В. Полный список первых интегралов динамических уравнений движения четырехмерного твердого тела в неконсервативном поле при наличии линейного демпфирования // Доклады РАН, 2013. Т. 449. № 4. С. 416–419.

5. Шамолин М.В. Новый случай интегрируемости в динамике многомерного твердого тела в неконсервативном поле // Доклады РАН, 2013. Т. 453. № 1. С. 46–49.

### Об аффинной однородности поверхностей $(0, \varepsilon)$ -типов в $\mathbb{C}^3$

*А.В. Шиповская*

Целью нашей работы является изучение задачи описания однородных вложенных многообразий с использованием компьютерных алгоритмов и, в частности, пакета символьных вычислений MAPLE.

Рассматривается класс вещественных гиперповерхностей пространства  $\mathbb{C}^3$ , задаваемых локальными уравнениями вида [1]

$$v = |z_1|^2 + |z_2|^2 + [\varepsilon_1(z_1^2 + \bar{z}_1^2) + \varepsilon_2(z_2^2 + \bar{z}_2^2)] + \sum_{k+l+2m \geq 3} F_{klm}(z, \bar{z}, u). \quad (1)$$

При  $\varepsilon_1 = 0$ ,  $0 < \varepsilon_2 = \varepsilon \neq 1/2$  будем называть поверхности вида (1) поверхностями  $(0, \varepsilon)$ -типа. Ниже рассматривается именно этот случай.

В соответствии с [2] задача связывается с описанием 5-мерных вещественных матричных алгебр Ли с базисами специального вида: