



УДК 517.933+531.01

**М. В. Шамолин**, д-р физ.-мат. наук  
Ин-т механики Московского государственного  
университета им. М. В. Ломоносова  
(Россия, 119899, Москва, Мичуринский пр., д.1,  
тел. (495) 9395143, E-mail: shamolin@imec.msu.ru)

### **Диагностика гиросtabilизированной платформы, включенной в систему управления движением летательного аппарата \***

*(Статью представил д-р техн. наук Ю. М. Коростиль)*

Исследовано движение гиросtabilизированной платформы, удерживаемой в заранее заданном положении системой гироскопов, применяемой для определения углового положения летательного аппарата и не участвующей в колебаниях его корпуса.

Досліджено рух гіростабілізованої платформи, утримуваної у наперед заданому положенні системою гіроскопів, яка застосовується для визначення кутового положення літаючого апарату і не бере участі у коливаннях його корпусу.

*К л ю ч е в ы е с л о в а: задача контроля, задача диагностирования, летательный аппарат, гиросtabilизированная платформа.*

Задача дифференциальной диагностики функционального состояния объектов управления может быть сведена к двум самостоятельным последовательно решаемым задачам [1—6]: задаче контроля, т.е. установлению критерия наличия неисправности в системе, и задаче диагностирования, т.е. поиску происшедшей неисправности. Критерием наличия неисправности в системе может быть выход траектории объекта на некоторую заранее выбранную поверхность. Неисправность может произойти в любой заранее неизвестный момент времени движения объекта в любой точке внутри данной поверхности контроля.

Исходной информацией при решении задачи контроля является математическая модель движения рассматриваемого объекта, ограниченная область ее начальных условий и априорный список математических моделей движения объекта с той или иной возможной неисправностью. По этой инфор-

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 08-01-00231-а).

мации может быть выбрана поверхность контроля, а задача диагностирования может быть решена посредством последующего слежения за траекторией объекта после ее выхода на поверхность контроля. При этом необходимо, чтобы процесс диагностирования выполнялся во время движения объекта и был осуществлен в течение весьма короткого интервала времени. Эти обстоятельства иногда не позволяют использовать довольно громоздкие алгоритмы теории идентификации и приводят к необходимости построения алгоритмов непрерывной экспресс-диагностики [7—12].

При структурной организации моделей приборов навигации, например моделей гиросtabilизированной платформы, следует исходить из того, что информация, необходимая для формирования входного информационного сигнала, весьма разнообразна: вектор силы, действующий на единичную массу, помещенную в центр масс летательного аппарата (ЛА); векторы линейной скорости центра масс ЛА и угловой скорости различных систем координат (трехгранников); координаты, определяющие положение центра масс ЛА; параметры, характеризующие ориентацию различных трехгранников, в частности трехгранника, связанного с объектом и др.

Задачу контроля работы гиросtabilизированной платформы, включенной в систему управления движением ЛА, можно решить аналогично тому, как это сделано в работах [11—13]. Опишем кратко математическую модель гиросtabilизированной платформы. Воспользуемся представлениями о математической модели трехосного гироскопического стабилизатора [11] и рассмотрим лишь прецессионные уравнения.

Представим кинематическую схему трехосного гироскопического стабилизатора и положим, что система координат  $M_z$  жестко связана с ЛА. Гиросtabilизированная платформа, с которой связана система координат  $M_z$ , подвешена в кардановом подвесе, обеспечивающим ей три степени свободы. На платформе установлены три дважды интегрирующих гироскопа с двумя степенями свободы.

Обозначив  $H_i$  кинетические моменты гироскопов и  $\delta_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , углы разворота их кожухов, будем считать, что  $H_1 = H_2 = H_3 = H = \text{const}$ . Стабилизация углов  $\delta_i$  осуществляется двигателями стабилизации, установленными на осях карданова подвеса гиросtabilизатора. Система стабилизации стремится свести углы  $\delta_i$  к нулю.

Моменты, создаваемые датчиками моментов, установленными на осях прецессии гироскопов, обозначим через  $M_{z_2}^1$ ,  $M_{z_1}^2$ ,  $M_{z_1}^3$ , а абсолютную угловую скорость системы координат  $M_z$  — через  $\omega_z = (\omega_{z_1}, \omega_{z_2}, \omega_{z_3})$ . Если углы  $\delta_i$  малы и мала угловая скорость платформы, то с точностью до величин второго порядка малости можно получить (аналогично [11]) следующие соотношения:

$$\omega_{z_1} = -\frac{M_{z_2}^1}{H}, \quad \omega_{z_2} = \frac{M_{z_1}^2}{H}, \quad \omega_{z_3} = -\frac{M_{z_1}^3}{H}. \quad (1)$$

Величины в правых частях уравнений (1) представляют собой командные значения угловой скорости прецессии гиросtabilизированной платформы. Если, например, гиросtabilизированная платформа должна сохранять неизменной свою первоначальную ориентацию в пространстве, то моменты в правых частях уравнений (1) должны быть равными нулю. В случае горизонтируемой площадки эти моменты определяются на компьютере в зависимости от законов управления и параметров движения. Необходимо также учитывать, что в реальных устройствах эти моменты реализуются с погрешностями.

Установим зависимость углов разворота рамок карданова подвеса гиросtabilизатора от углов разворота ЛА. Рассмотрим две кинематические схемы карданова подвеса: трехрамочный и четырехрамочный.

1. Трехосную гироскопическую платформу расположим на ЛА так, чтобы ось внешнего карданова кольца была направлена вдоль продольной оси ЛА  $M_{s_2}$ , а ось внутреннего кольца — вдоль оси  $M_{s_1}$ , направленной по правому крылу, ось гиросtabilизированного основания — вдоль оси  $M_{s_3}$ . Угол поворота гиросtabilизированного основания относительно внутреннего кольца обозначим  $\varphi_1$ , внутреннего кольца относительно внешнего —  $\varphi_2$ , внешнего кольца относительно корпуса ЛА —  $\varphi_3$ . Очевидно, что трехгранники  $M_z$  и  $M_s$  совпадают, если  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 0$ .

Переход от системы координат  $M_z$  к системе координат  $M_s$  задается последовательностью поворотов

$$M_z \xrightarrow[3]{\varphi_1} \xrightarrow[1]{\varphi_2} \xrightarrow[2]{\varphi_3} M_s.$$

При идеальной работе системы трехгранник  $M_z$  совпадает с трехгранником  $M_y^0$ , начало которого совпадает с точкой  $M$ , а оси ориентированы относительно трехгранника  $O\xi$ , задающего инерциальное пространство так же, как и для системы координат  $O_y^0$ , связанной с изоцентрической вертикалью и ориентированной в азимуте в ортодромической координатной сетке.

Переход от системы координат  $M_y^0$  к системе координат  $M_s$  осуществляется последовательностью поворотов

$$M_y^0 \xrightarrow[3]{\psi_s} \xrightarrow[1]{\theta} \xrightarrow[2]{\gamma_s} M_s.$$

Здесь  $\psi_s$ ,  $\theta$  и  $\gamma_s$  — углы курса, тангажа и крена.

Таким образом, между углами  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  и  $\psi_s, \theta, \gamma_s$  устанавливается соответствие:

$$\varphi_1 = \psi_s, \quad \varphi_2 = \theta, \quad \varphi_3 = \gamma_s. \quad (2)$$

2. В четырехрамочной гиросtabilизированной платформе, установленной на ЛА, образуется следующее соответствие:

$$\varphi_1 = \psi^*, \quad \varphi_3 = \theta^*, \quad \varphi_4 = \gamma^*,$$

где  $\psi^*, \theta^*, \gamma^*$  — аналоги углов курса, тангажа, крена.

Теперь сформулируем задачу контроля применительно к рассмотренной системе. Вектор контроля выберем в виде

$$y(t) = (\psi'_s, \theta', \gamma'_s), \quad (3)$$

где  $\psi'_s, \theta', \gamma'_s$  — углы курса, тангажа и крена (2), вычисленные с помощью алгоритма.

Предположим, что наблюдение за компонентами выбранного вектора контроля (3) дает возможность судить о том, что гиросплатформа, включенная в систему управления движением ЛА [11—15], исправна, или процесс движения системы осуществляется по траектории, обусловленной той или иной неисправностью гиросtabilизированной платформы.

В фазовом пространстве  $\{\psi'_s, \theta', \gamma'_s\}$  вектора контроля (3) требуется построить сферу  $S_R$  с центром в точке  $(\psi_n, \theta_n, \gamma_n)$ , где  $\psi_n, \theta_n, \gamma_n$  — программные движения, такую, чтобы фазовые траектории компонент вектора контроля (3) при интегрировании исправной системы в течение времени  $T$  с начальными условиями из выбранного ограниченного множества лежали внутри  $S_R$ , а траектории системы с той или иной неисправностью гиросtabilизированной платформы из априорного опорного списка неисправностей пересекали поверхность сферы  $S_R$ .

Решение сформулированной задачи можно осуществить методом статистических испытаний [7—9]. Проводя розыгрыш начальных условий  $x^0$  из некоторого ограниченного множества и интегрируя с этими начальными условиями на интервале времени  $[t_0, t_0 + T]$  исправную систему, можно построить ансамбли фазовых портретов координат вектора контроля (3).

В качестве сферы контроля  $S_R$  выберем сферу, охватывающую объем ансамблей. Если через  $L$  обозначить длину отрезка от точки  $(\psi_n, \theta_n, \gamma_n)$  до максимально удаленной точки этого объема, то радиус  $R$  сферы  $S_R$  можно выбрать таким, чтобы  $R > L$ . Остается убедиться, что поверхность выбранной таким образом сферы  $S_R$  пересекает фазовые траектории координат вектора контроля систем с опорными неисправностями гиросtabilизированной платформы. Для построения сферы контроля  $S_R$  в случае, когда система находится под воздействием малого шума, можно воспользоваться методом, изложенным в [1, 2].

Таким образом, выход изображающей точки вектора контроля (3) на поверхность сферы  $S_R$  будет означать, что в системе произошла некоторая неисправность гиросtabilизированной платформы. Воспользовавшись алгоритмом диагностирования [1—3] и выбрав при этом вектор  $z(t) = y(t)$ , можно диагностировать эту неисправность.

Однако, уже на уровне решения задачи контроля сферу контроля  $S_R$  можно использовать для диагностирования датчика, вырабатывающего управление с гиросtabilизированной платформы, в котором произошла неисправность, и таким образом упростить задачу диагностики рассмат-

риваемой гиросtabilизированной платформы, переключившись на неисправный датчик для обнаружения произошедшей конкретной неисправности.

Обнаружить неисправный датчик (канал управления) можно, указав области на сфере  $S_R$ , в которые не могут попадать траектории компонент вектора контроля неисправной системы. Если такие области ненулевой меры существуют и траектория соответствующей компоненты вектора контроля попадает в свою область, то соответствующая гипотеза отбрасывается.

Для примера рассмотрим следующую геометрическую структуру диагностического пространства [1—3, 11—17].

Пусть даны три априорные опорные неисправности, характеризующие, например, отказы датчиков, вырабатывающих управляющие сигналы  $\psi'_s, \theta', \gamma'_s$  с гиросtabilизированной платформы. Рассмотрим сферу  $S_R$  и квадратичную форму

$$(y, y') = 0. \quad (4)$$

Уравнение (4) определяет некоторый объем траектории каждой из компонент вектора контроля для каждой из трех неисправных систем при розыгрыше начальных условий из сферы контроля и их интегрировании. Границу каждого из этих объемов внутри аппроксимируем конической поверхностью, пересечение которой со сферой  $S_R$  обозначим  $S_R^j, j=1, 2, 3$ . Предположим, что для каждого  $j$  области  $S_R^j, j=1, 2, 3$ , не пересекаются.

Фазовые траектории компонент вектора контроля  $y(t)$ , полученные интегрированием  $j$ -й системы с начальными условиями из сферы контроля, будут выходить из сферы  $S_R$  через область  $S_R^j$ . Те области  $S_R^j$ , в которые попадают фазовые траектории компонент вектора контроля, определяют номер неисправности. Если фазовая траектория компонент вектора контроля попадает в области, в которые она не должна попадать, соответствующая гипотеза отбрасывается.

Таким образом, при решении задачи контроля можно диагностировать канал управления гиросtabilизированной платформы, в котором произошла неисправность.

Описанный подход можно использовать для диагностики неисправностей из диагностического пространства гиросtabilизированной платформы.

The author investigates the motion of gyrostabilized platform kept in the preset position by the system of gyroscopes used for determining the angular position of the aircraft and taking no part in the vibrations of its frame.

1. Shamolin M. V. Foundations of differential and topological diagnostics//Journal of Mathematical Sciences. — 2003. — Vol. 114, №. 1. — P. 976—1024 («Итоги науки и техники». Сер. Современные проблемы математики и ее приложения. Тематич. Обзоры.— 2001. — 88, «Динамические системы-12».).

2. Шамолин М. В. Некоторые задачи дифференциальной и топологической диагностики. Изд. 2-е, переработанное и дополненное. — М. : «Экзамен», 2007. — 320 с.
3. Борисенок И. Т., Шамолин М. В. Алгоритмы решения задачи дифференциальной диагностики // Тез. докл. матем. конф. «Еругинские чтения III». Брест, 14—16.05.1996. — Брест: БГУ, 1996. — С. 102.
4. Борисенок И. Т., Шамолин М. В. Существование и единственность решения общей задачи дифференциальной диагностики // Тез. докл. 5 Межд. совещ.-сем. «Инженерно-физические проблемы новой техники». Москва, 19—22.5.1998. — М. : изд-во МГТУ, 1998. — С. 6—7.
5. Борисенок И. Т., Шамолин М. В. Существование решения общей задачи дифференциальной диагностики // Тез. докл. конф., посвящ. 40-летию Ин-та механики МГУ. 22—26 ноября 1999 г. — М. : изд-во МГУ, 1999. — С. 259—260.
6. Борисенок И. Т., Шамолин М. В. Решение задачи дифференциальной диагностики // *Фундаментальная и прикладная математика*. — 1999. — 5, вып. 3. — С. 775—790.
7. Пархоменко П. П., Сагомонян Е. С. Основы технической диагностики. — М. : Энергия, 1981.
8. Карибский В. В., Пархоменко П. П., Сагомонян Е. С., Халчев В. Ф. Основы технической диагностики. Кн. 1. — М. : Энергия, 1976.
9. Мироновский Л. А. Функциональное диагностирование динамических систем // *Автоматика и телемеханика*. — 1980. — № 3. — С. 96—121.
10. Борисенок И. Т. К вопросу о дифференциальной теории восстановления. Некоторые вопросы управления и устойчивости механических систем // *Научн. тр. № 22 Ин-та механики МГУ им. М.В. Ломоносова*. — М. : изд-во МГУ, 1973. — С. 101—108.
11. Окунев Ю. М., Парусников Н. А. Структурные и алгоритмические аспекты моделирования для задач управления. — М. : изд-во МГУ, 1983. — С. 1—132.
12. Борисенок И. Т., Шамолин М. В. Решение задачи дифференциальной диагностики методом статистических испытаний // *Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Математика. Механика*. — 2001. — № 1. — С. 29—31.
13. Эйкхофф М. Основы идентификации систем управления. — М. : Мир, 1975.
14. Барбашин Е. А. Введение в теорию устойчивости. — М. : Наука, 1967.
15. Чикин М. Г. Системы с фазовыми ограничениями // *Автоматика и телемеханика*. — 1987. — № 10. — С. 38—46.
16. Летов А. М. Устойчивость нелинейных регулируемых систем. — М. : Физматгиз, 1962.
17. Левинсон С. Устойчивость нелинейных систем автоматического регулирования. — М. : Мир, 1967.

Поступила 15.12.10

*ШАМОЛИН Максим Владимирович, д-р физ.-мат. наук, профессор, вед. науч. сотр. Ин-та механики МГУ им. М. В. Ломоносова. В 1988 г. окончил Московский госуниверситет. Область научных исследований — классическая механика, дифференциальная и топологическая диагностика, качественная теория динамических систем, алгебраическая и дифференциальная топология, геометрия.*