



УДК 517.933+531.01

**М. В. Шамолин**, д-р физ.-мат. наук  
Ин-т механики Московского государственного  
университета им. М. В. Ломоносова  
(Россия, 119899, Москва, Мичуринский пр., д. 1,  
тел. (495) 9395143, E-mail: shamolin@imec.msu.ru)

## **Диагностика движения летательного аппарата в режиме планирующего спуска**

Рассмотрено движение летательного аппарата, описываемого полученными ранее уравнениями. Летательный аппарат находится в режиме планирующего спуска с высот, близких к орбитальным (100 км), с начальной скоростью, близкой к первой космической.

Розглянуто рух літального апарата, що описується отриманими раніше рівняннями. Літальний апарат перебуває у режимі плануючого спуску з висоти, наближеної до орбітальної (100 км), з початковою швидкістю, наближеною до першої космічної.

*К л ю ч е в ы е с л о в а:* дифференциальная диагностика, система прямого управления, априорный список неисправностей.

Задача дифференциальной диагностики функционального состояния объектов управления может быть сведена к двум самостоятельным последовательно решаемым задачам: задаче контроля, т.е. установлению критерия наличия неисправности в системе, и задаче диагностирования, т.е. поиску произошедшей неисправности. Критерием наличия неисправности в системе может быть выход траектории объекта на некоторую заранее выбранную поверхность. Неисправность может произойти в любой заранее неизвестный момент времени движения объекта в любой точке внутри данной поверхности контроля [1—6].

Исходной информацией при решении задачи контроля является математическая модель движения рассматриваемого объекта, ограниченная область ее начальных условий и априорный список математических моделей движения объекта с той или иной возможной неисправностью. По этой информации может быть выбрана поверхность контроля. Задача диагностирования может быть решена в результате последующего слежения за траекторией объекта после ее выхода на поверхность контроля. При этом необходимо, чтобы процесс диагностирования происходил во время движения объекта

и был осуществлен в течение весьма короткого интервала времени. Эти обстоятельства иногда не позволяют использовать достаточно громоздкие алгоритмы теории идентификации и приводят к необходимости построения алгоритмов непрерывной экспресс-диагностики [3—7].

Рассмотрим применение предлагаемой методики [8] диагностирования на примере, взятом из теории летательных аппаратов (ЛА). В качестве численного эксперимента рассмотрим движение ЛА, описываемого уравнениями, приведенными в [9], когда ЛА находится в режиме планирующего спуска с высот, близких к орбитальным (100 км), с начальной скоростью, близкой к первой космической. Покажем, что уравнения движения ЛА [9] приведены, в некотором смысле, к каноническому виду.

Проектирование современных систем управления движением сопряжено со значительными трудностями. Аналитическое исследование ограничено, поскольку порядок системы уравнений движения достаточно высок, а уравнения — нелинейны, нестационарны и многопараметричны. Кроме того, существуют такие факторы, как нецентральность поля тяготения, несферичность поверхности Земли и др. Однако решить рассматриваемый круг задач можно с помощью метода математического моделирования, используемого для синтеза законов управления ЛА, определения влияния ошибок датчиков инерциальной информации на характеристики движения.

**Уравнения движения** имеют следующую структуру.

Динамические уравнения центра масс:

$$V_{y_i} = W_{e_{y_i}} + g_{y_i} - \frac{F_{y_i}}{m}. \quad (1)$$

Здесь  $V_{y_i}$  — проекции вектора путевой скорости ЛА  $V$  на оси системы координат  $M_{y_i}$ , связанной с географической вертикалью и ориентированной в азимуте в ортодромической координатной сетке;  $W_{e_{y_i}}$  — проекции составляющей ускорения точки  $M$ , обусловленной кривизной и вращением Земли, на те же оси;  $g_{y_i}$  — проекции ускорения силы тяжести;  $m$  — масса ЛА;  $F_{y_i}$  — проекции силы  $F$ , действующей на ЛА. При этом  $F = A + T$ , где  $A$  — аэродинамическая сила;  $T$  — сила тяги двигателя.

Кинематические уравнения движения центра масс:

$$\dot{r} = V_{y_1}, \quad \dot{\varphi} = \frac{V_{y_2}}{r}, \quad \dot{\lambda} = V_{y_3}. \quad (2)$$

Здесь  $\varphi$  и  $\lambda$  — ортодромические долгота и широта точки  $M$  ЛА;  $r$  — радиус-вектор этой точки в системе  $O_{y_i}$ .

Уравнения движения ЛА вокруг центра масс в проекциях на оси  $M_s$  системы, жестко связанной с ЛА:

$$\begin{aligned}
 I_{s_1} \frac{d s_1}{dt} (I_{s_3} I_{s_2}) s_2 s_3 I_{s_2 s_3} \begin{pmatrix} 2 \\ s_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ s_3 \end{pmatrix} M_{s_1}, \\
 I_{s_2} \frac{d s_2}{dt} (I_{s_1} I_{s_3}) s_1 s_3 I_{s_2 s_3} \frac{d s_3}{dt} s_2 s_3 M_{s_2}, \\
 I_{s_3} \frac{d s_3}{dt} (I_{s_2} I_{s_1}) s_2 s_1 I_{s_2 s_3} \frac{d s_2}{dt} s_1 s_2 M_{s_3}.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь  $I_{s_1}, I_{s_2}, I_{s_3}$  — главные, а  $I_{s_2 s_3}$  — центробежные моменты инерции;  $s_i, i = 1, 2, 3$  — угловые скорости ЛА в проекциях на оси  $M_s$ .

Поскольку  $s = c$ , где  $c$  — угловая скорость траекторной системы координат,  $\gamma$  — угол атаки,  $\beta$  — угол скольжения,  $\alpha$  — угол скоростного крена, получаем группу уравнений

$$\begin{matrix} s \\ D_{sc} \\ c \end{matrix} \begin{matrix} c \\ D_{sc} \\ c \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{4}$$

которые можно разрешить относительно  $s, \gamma, \beta, \alpha$ . Здесь  $D_{sc}, D_{sn}$  — матрицы перехода [9].

Группа уравнений, выражающих величину  $c$  через  $U, \gamma, \beta, \alpha$  и  $\omega$ :

$$\begin{matrix} c \\ D_{cy} \\ U \\ \gamma \end{matrix} \begin{matrix} U \\ \gamma \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{matrix} \omega \\ \beta \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{matrix} \alpha \\ \omega \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{5}$$

где  $U$  — угловая скорость вращения Земли;  $\gamma$  — угол скоростного курса;  $\beta$  — угол наклона траектории;  $D_{cy}, D_c$  — соответствующие матрицы перехода [9]. Из определения углов  $\gamma$  и  $\beta$  следуют соотношения

$$\begin{aligned}
 \gamma &= \frac{V_{y_1} \cos \beta - V_{y_2} \sin \beta}{V \cos \alpha}, \\
 \beta &= \frac{V_{y_3} \cos \alpha - V_{y_1} \sin \alpha - V_{y_2} \cos \alpha}{V},
 \end{aligned} \tag{6}$$

где  $V$  — абсолютная величина вектора путевой скорости ЛА.

Уравнения (1)–(6) могут быть представлены в форме Коши:

$$\dot{x} = K(x), \tag{7}$$

где  $x$  — 14-тимерный вектор [10—13],

$$x = (V_{y_1}, V_{y_2}, V_{y_3}, c_x, c_y, c_z, r, m_{s_1}, m_{s_2}, m_{s_3}, b, \varepsilon, \eta). \quad (8)$$

Здесь рассмотрен случай, когда полюс ортодромии лежит на оси вращения Земли, т.е.  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ , где  $\lambda$  и  $\lambda_0$  — геоцентрические долгота и широта центра масс ЛА [14—17].

**Структура системы управления ЛА.** Аэродинамические силы и моменты, действующие на ЛА, определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} X &= c_x \frac{V^2}{2} S, \quad Y = c_y \frac{V^2}{2} S, \quad Z = c_z \frac{V^2}{2} S, \\ M_{s_1} &= \frac{V^2}{2} S b_a m_z, \quad M_{s_2} = \frac{V^2}{2} S l m_x, \quad M_{s_3} = \frac{V^2}{2} S l m_y, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\rho$  — плотность воздуха на высоте полета;  $S$  — характерная площадь ЛА;  $b_a$  — средняя аэродинамическая хорда;  $l$  — размах крыльев;  $c_x, c_y, c_z$  — аэродинамические коэффициенты сил;  $m_x, m_y, m_z$  — аэродинамические коэффициенты моментов.

Будем рассматривать аэродинамические коэффициенты в виде

$$\begin{aligned} c_x &= c_x(M, h), \quad c_{xTP}(M, h), \quad c_y = c_y(M, h), \quad c_y^b(M) = b, \\ c_z &= c_z(M, h), \quad c_z^h(M, h), \end{aligned} \quad (10)$$

$$m_x = m_{s_1} = m_{s_1}(M, h), \quad m_{s_1}^{s_1}(M) \frac{b_a}{V} = m_{s_1}^b(M) = b,$$

$$m_y = m_{s_2} = m_{s_2}(M, h), \quad m_{s_2}^{s_2}(M) \frac{l}{2V} = m_{s_2}^y,$$

$$m_{s_2}^{s_3}(M) \frac{l}{2V} = m_{s_2}^h(M, h), \quad m_{s_2}^{\varepsilon}(M) = \varepsilon, \quad (11)$$

$$m_z = m_{s_3} = m_{s_3}(M, h), \quad m_{s_3}^{s_3}(M) \frac{l}{2V} = m_{s_3}^z,$$

$$m_{s_3}^{s_3}(M) \frac{l}{2V} = m_{s_3}^h(M, h).$$

Здесь  $b, \varepsilon, \eta$  — отклонение соответственно рулей высоты, элеронов и рулей направления. Структура системы управления отклонением рулей высоты, направления и элеронов зависит от выбранной программы движения. В данном случае рассмотрено управление следующего вида:

$$\dot{u} = f(u, u_{\max}, u^0), \quad u \in [B, \varepsilon, \eta], \quad (12)$$

где  $u_{\max}$  — максимальная величина отклонения  $v, \vartheta, \eta$ ;  $f$  — некоторая функция.

Переменные  $u$  определяются по формулам

$$\begin{aligned} e &= r_1 s_1 r_2 f(m, e), \\ \vartheta &= k_1 s_2 k_2 \int_0^t f(m, \vartheta) k_7 dt, \\ \eta &= l_1 s_3 l_2 \int_0^t f(m, \eta) l_7 dt. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь  $1, 2, 3$  — сигналы, поступающие с гиросплатформы,  $1, 2, 3$  — значения углов тангажа и скольжения;  $n, s$  — разность между программным и вычисленным на компьютере значениями угла крена. Сигналы с постоянными коэффициентами  $r_i, l_i, k_i$  формируются в зависимости от углового движения ЛА. Сигналы  $u$  с некоторой функцией  $f$  формируются в зависимости от характеристик траекторного движения ЛА в следующем виде:

$$\begin{aligned} v &= r_3 \int_{t_0}^t r_4(\dot{\eta}) r_5(\dot{\eta}) dt, \\ \vartheta &= k_3 \int_{t_0}^t k_4(\dot{\vartheta}) k_5(\dot{\vartheta}) dt, \\ \eta &= l_3 \int_{t_0}^t l_4(\dot{\eta}) l_5(\dot{\eta}) dt, \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь переменные со штрихом величины  $K$ , а с индексом  $n$  — суть вычисленные на компьютере значения — программные значения этих переменных;  $r_i, l_i, k_i$  — постоянные коэффициенты, значения которых приведены в табл. 1;  $m, m', m''$  — контакты, ограничивающие значения сигналов траекторного автопилота.

Таблица 1

Номер п.п.	1	2	3	4	5	6	7
$r$	20	0	10	0	0	0	0
$k$	0,4	0,3	0	0	0	0	1
$l$	7	7	0	0	0	0	0,3

С учетом данных табл. 1 уравнения (7)—(13) могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= X(x) - A(x), \\ Bx^* &= f(x^*), \\ Cx^{**} &= \dots \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь  $x^*$  и  $x^{**}$  — шестимерный и трехмерный векторы, составляющие которых представляют значения некоторых координат фазового вектора состояния  $x$ , вычисленные на компьютере ЛА в процессе полета, или сигналов, поступающих с гиросплатформы,

$$x^* = (s_1, s_2, s_3, \dots, s_n)^T, \quad x^{**} = (s_1^*, s_2^*, s_3^*, \dots, s_n^*)^T;$$

— трехмерный вектор переменных вида (13),  $(s_1^0, s_2^0, s_3^0)^T$ ; и  $f(x^*)$  — трехмерные векторы допустимых нелинейных функций, имеющих вид (13), (14),

$$\begin{aligned} f(x^*) &= (f(s_1^0), f(s_2^0), f(s_3^0))^T, \\ f(x^*) &= (f(s_1^m), f(s_2^m), f(s_3^m))^T; \end{aligned}$$

— трехмерный вектор сигналов (14),  $(s_1^e, s_2^e, s_3^e)^T$ ;  $B, C$  — постоянные матрицы,

$$B = \begin{pmatrix} r_1 & 0 & 0 & r_2 & 0 & 0 \\ 0 & k_1 & 0 & 0 & k_2 & k_7 \\ 0 & 0 & l_1 & 0 & l_7 & l_2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} r_3 & 0 & 0 \\ 0 & k_6 & 0 \\ 0 & 0 & l_6 \end{pmatrix};$$

в численном эксперименте коэффициенты  $k_6$  и  $l_6$  приняты равными нулю.

В уравнении  $\dot{x} = X(x) - A(x)$   $x$  — 14-мерный фазовый вектор (8) системы (15) с прямым перекрестным управлением по отклонениям рулей высоты, элеронов и направления;  $(s_1^0, s_2^0, s_3^0)^T$  — трехмерный вектор управления;  $X(x)$  и  $A(x)$  — матрицы-функции [18—22]).

**Численный эксперимент.** Моделируется движение ЛА, представляющее собой планирующий спуск с высот, близких к орбитальным (100 км), с начальной скоростью, близкой к первой космической. Программное движение определяется заданием программного угла атаки и крена.

Численный эксперимент заключается в моделировании различных неисправностей в системе управления (13) и (14). Список возможных неисправностей составлен в соответствии с классификацией неисправностей, приведенной в [8].

**Априорный список неисправностей № 1** состоит из пяти неисправностей, происходящих в первом канале управления (13), т.е. в канале управления рулями высоты  $v$ .

1. *Отказ датчика угловой скорости  $s_1$* . Моделируется обнулением коэффициента  $r_1$  в матрице  $B$  в момент времени  $t = t_0$ , где  $t_0$  — момент возникновения неисправности. Таким образом,  $r_1(t) = 0, t \geq t_0$ .

2. *Отказ при формировании сигнала  $e$* . Моделируется обнулением  $r_3$  в матрице  $C$ . При этом  $r_3(t) = 0, t \geq t_0$ .

3. *Нарушение симметрии функции  $f(v_{\max}, v)$* . Моделируется заменой  $f(v_{\max}, v)$  на  $f(v_{\max}, -v)$ , т.е. сдвигом графика функции  $f$  по оси  $x$ .

4. *Заклинивание управляющего органа (руля высоты)*. Моделируется как  $v(t) = v(t_0)$  при  $t \geq t_0$ .

5. *Активный отказ управляющего органа*. В момент возникновения неисправности  $t_0$  значение  $e$  скачком меняется на максимально возможное —  $e_{\max}$ . Неисправность моделируется в виде  $v(t) = v_{\max}, t \geq t_0$ .

Для процесса полета тяжелого ЛА, уравнения движения которого приведены выше, характерно наличие двух движений, существенно различных по временным характеристикам. Это движения вокруг центра масс с постоянными времени порядка минут. Все перечисленные выше неисправности приводят к изменениям относительно исправного движения вокруг центра масс. В то же время, движения ЛА относительно центра масс при различных неисправностях различны между собой и приводят к выходу на поверхность контроля через разные промежутки времени, начиная с момента возникновения неисправности. Численное интегрирование исправной и соответствующих неисправных систем (15) проведено с шагом  $h = 0,8$  с, характерным для движения относительно центра масс рассматриваемого тяжелого ЛА.

**Поверхность контроля.** Вектор контроля  $y(t)$  для данной системы состоит из одной компоненты — угла атаки  $\alpha$ . Множество начальных условий представляет собой сферу радиуса 0,1 в пространстве фазовых переменных с центром в точке

$$x_0 = (V_{y_1}^0, V_{y_2}^0, V_{y_3}^0, c^0, \alpha^0, r^0, \alpha_s^0, \alpha_{s_2}^0, \alpha_{s_3}^0, \alpha_c^0, \alpha_c^0, \alpha_c^0,$$

где  $V_{y_1}^0 = 7350$  км;  $V_{y_2}^0 = 0$ ;  $V_{y_3}^0 = 0$ ;  $\alpha^0 = 0$ ;  $\alpha_s^0 = 45^\circ$ ;  $\alpha_{s_2}^0 = 0$ ;  $\alpha_{s_3}^0 = 0$ ;  $\alpha_c^0 = 0,519$  рад;  $c^0 = 0$ ;  $r^0 = 646572$  м ( $h = 100$  км). Продолжительность процесса построения выбрана в пределах  $[0; 2000]$  с.

Для такого множества начальных условий  $X^0$ , вектора контроля  $y(t)$  и априорного списка неисправностей № 1 методом статистических испытаний получена поверхность контроля  $\alpha_k$  — отрезок  $[0,499; 0,539]$  рад. При исправном движении ЛА значение угла атаки находится внутри поверх-

ности контроля, которая построена с доверительной вероятностью, не меньшей 0,95.

**Обнаружение неисправностей.** Численным интегрированием системы (15) моделируется исправное функционирование объекта (полет ЛА), затем возникновение некоторой  $j$ -й неисправности из априорного списка № 1 в момент времени  $t_0$  и дальнейшее функционирование вплоть до выхода траектории на поверхность  $k$ . Время выхода на  $k$  для различных неисправностей из приведенного списка следующее:

Номер неисправности	.....	1	2	3	4	5
Время выхода на $k$ , с	.....	28	118	16	36	2,4

По выходе траектории на  $k$  включается алгоритм диагностирования с вектором диагностирования  $z$ , т.е. содержащим ту же компоненту фазового вектора, что и вектор контроля. Характеристиками алгоритма являются время диагностирования и число измерений  $n$ , связанные соотношением  $nh$ , так как численное интегрирование осуществлялось с шагом  $h = 0,8$  с.

В результате численного эксперимента установлено, что для всех номеров, из априорного списка неисправностей № 1 с помощью алгоритма диагностирования правильно определяются априорные неисправности при  $n = 3$  ( $= 2,4$  с). При моделировании обнаружения неисправностей с вектором диагностирования  $z = (s_1, s_2, s_3)$  численным экспериментом установлено, что для  $z$  все неисправности из априорного списка определяются однозначно при числе измерений  $n = 3$ .

**Определение неисправностей, не входящих в априорный список № 1.** Располагая априорным списком неисправностей, можно определить неисправность, не входящую в список, но близкую к одной из находящихся в списке.

Рассмотрим две неисправности, не включенные в список.

1. *Постепенное ухудшение качества показаний датчика угловой скорости  $s_1$  вплоть до полного исчезновения поступающего с него сигнала.* Эта неисправность моделировалась уменьшением  $r_1$  до нуля по линейному закону:

$$r_1(t) = r_{1N} c_1(t - t_0), \quad t \geq t_0,$$

где  $r_{1N}$  — номинальное значение коэффициента  $r_1$ ;  $c_1$  — отрицательная константа. Достигнув нуля, значение  $r_1$  больше не изменяется. Значение  $r_1 = 0$  достигается за время  $30 - 40$  с, т.е. после выхода неисправной системы на поверхность  $k$ . Таким образом, эта неисправность близка к неисправности 1 из списка № 1, но не совпадает с ней, так как в момент выхода на  $k$  коэффициент  $r_1$  еще не равен нулю.



2. Постепенный отказ формирования сигнала  $r_3$ . Моделируется как

$$r_3(t) = r_{3N} c_3(t - t_0), \quad t \geq t_0,$$

где  $r_{3N}$  — номинальное значение коэффициента  $r_3$ ;  $c_3$  — некоторая отрицательная константа. Достигнув нуля, значение  $r_3$  далее не изменяется. Значение  $r_3 = 0$  достигается за время  $t = 140 - 150$  с, т.е. после выхода системы на  $r_k$ . Эта неисправность близка к неисправности 2 из списка № 1.

Линейный закон в случаях 1 и 2 использован на предварительном этапе. В дальнейших исследованиях использована также нелинейная аппроксимация.

Обнаружение неисправностей 1 и 2 моделируется следующим образом: возникновение неисправности в момент  $t_0$ , включение алгоритма в момент выхода на  $r_k$  (время выхода на  $r_k$  для неисправности 1 — 78 с, для неисправности 2 — 224 с), включение алгоритма с одним из векторов диагностирования  $z$ ,  $\mathbf{z}$  и выбор минимума из  $S_j^N$ ,  $j = 1, \dots, 5$ . Обнаружением неисправности 1 (или 2) в данном случае является определение случившейся неисправности 1 (или 2) из априорного списка № 1.

Численное моделирование показало, что с помощью алгоритма диагностирования для  $z$  и  $\mathbf{z}$  правильно определяются неисправности 1 и 2 при  $n = 5$  (4 с).

**Априорный список неисправностей № 2.** Каждая неисправность из этого списка характеризуется наличием функции  $f_j$ ,  $j = 1, \dots, 17$ , содержащей  $j$ -й набор значений коэффициентов  $r_1, r_3, k_1, k_2, k_3, l_1, l_2$  в цепях формирования сигналов  $u$  автопилота (2). Из табл. 2, где  $n$  — номинальное значение коэффициента, видно, что неисправности с номерами 1—3 относятся к первому каналу управления (2), формирующему неисправность  $v$ , с номерами 4—10 — ко второму каналу ( $\gamma$ ), а с номерами 11—17 — к третьему ( $\eta$ ).

По этим так называемым опорным неисправностям затем определяются неисправности в каналах управления, не входящие в список. В этом случае распознается только номер канала. Для  $n = 1 - 3$  и минимального из чисел  $S_j^n$ ,  $j = 1, \dots, 17$ , неисправность определяется как случившаяся в первом канале управления ( $v$ ), для  $n = 4 - 10$  — как случившаяся во втором канале, для  $n = 11 - 17$  — как случившаяся в третьем канале.

В данном случае при векторе контроля  $y$  и множестве начальных условий (таких же, как для априорного списка № 1) получена поверхность  $k$  такая же, как и для априорного списка № 1:  $[0,499; 0,539]$ .

Результаты численного моделирования свидетельствуют о том, что диагностирование неисправностей при  $z$ ,  $\mathbf{z}$  ( $s_1, s_2, s_3$  и  $n = 8$ ) (6,4 с)

привело к правильному определению номера канала, в котором произошла неисправность. Набор «неиспечных» неисправностей, для которых определены номера неисправных каналов, приведен в табл. 3.

**Обнаружение неисправностей без использования  $k$ .** Возможно обнаружение неисправностей по следующему алгоритму диагностирования [8] без построения поверхности  $k$ .

Таблица 2

$n$	$r_1$	$r_3$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$l_1$	$l_2$	$l_3$
1	0	$N$						
2	$N$	0						
3	0	0						
4			0	$N$	$N$			
5			$N$	0	$N$			
6			$N$	$N$	0			
7			0	0	$N$			
8			$N$	0	0			
9			0	$N$	0			
10			0	0	0			
11						0	$N$	$N$
12						$N$	0	$N$
13						$N$	$N$	0
14						0	0	$N$
15						$N$	0	0
16						0	$N$	0
17						0	0	0

Таблица 3

Коэффициент в цепи управления	Значения коэффициента для каналов		
	1	2	3
$r_1$	5; 1; 0		
$r_3$	10; 5; 2		
$k_1$		0,5; 1; 3	
$k_2$		1; 0; 0	
$k_3$		0,3; 0; 1	
$l_1$			3; 1; 1
$l_2$			1; 0; 0
$l_3$			0,7; 0,3; 0

1. Под номером 0 в априорный список неисправностей вносится исправная система.
2. Алгоритм диагностирования включается циклически, с некоторым интервалом  $t$ .
3. Если обнаружена неисправность под номером 0 (т.е. система исправна), то продолжается функционирование объекта до момента нового включения алгоритма диагностирования.
4. Если обнаружена неисправность с номером  $i \neq 0$ , выдается сообщение о наличии этой неисправности.

Численное моделирование диагностики с циклическим включением алгоритма при  $z = z_0$ ,  $z = (s_1, s_2, s_3)$ , и  $n = 5$  ( $\approx 4$  с) показало, что при интервалах включения  $t = 10; 20; 30$  с все перечисленные выше неисправности из априорных списков № 1 и № 2 определены правильно.

Таким образом, с помощью предлагаемого алгоритма можно диагностировать неисправности датчиков сигналов управления, формирующих систему управления движением ЛА и, в частности, датчиков сигналов с гиросtabilизированной платформы. Приведенные в табл. 2 опорные неисправности 5, 7, 8, 10, 12, 14, 15, 17 формируются по отказам датчиков сигналов управления с гиросtabilизированной платформы и правильно диагностируются.

По опорным неисправностям, представленным в табл. 2, проведено диагностирование несплошных неисправностей (см. табл. 3) в каналах управления движением ЛА. Неисправности 5, 6, 8, 9 сформированы с помощью отказов датчиков сигналов управления с гиросtabilизированной платформы. В этом случае распознавался только номер канала управления движением ЛА. Результаты численного моделирования подтвердили правильность определения номера сигнала управления, в котором произошла неисправность, за достаточно короткое время. Таким образом, численный эксперимент показал работоспособность предлагаемого алгоритма диагностирования.

**Диагностика в условиях измерения части фазового вектора.** Как показано выше, для практического применения алгоритма диагностирования неисправностей требуется знание начальных условий для всего 14-тимерного фазового вектора состояния  $x$ . Это несколько затрудняет практическое применение алгоритма.

Из системы уравнений (15) выделим подсистему из трех уравнений относительно угловых скоростей  $w_{s_i}$  и представим ее в виде системы Коши:

$$s_1 \frac{V_e^2 S b_a}{2 I_{s_1}} m_{s_1} m_{s_1}^B e m_{s_1}^{s_1} \frac{b_a}{V_e} s_1 \frac{I_{s_2} I_{s_3}}{I_{s_1}} s_2 s_3 \frac{M_{s_1}}{I_{s_1}},$$

$$s_2 \frac{V_e^2 SL}{2 I_{s_1}} m_{s_2} (e) m_{s_2}^{\text{в}} m_{s_2}^{\text{з}} m_{s_2}^{\text{н}} m_{s_2}^{s_2} \frac{L}{2V_e} s_2$$

$$\frac{I_{s_3} I_{s_1}}{I_{s_2}} s_1 s_3 \frac{M_{s_2}}{I_{s_2}}, \quad (16)$$

$$s_3 \frac{V_e^2 SL}{2 I_{s_3}} m_{s_3} (e) m_{s_3}^{\text{н}} m_{s_2}^{s_2} \frac{L}{2V_e} s_2 m_{s_3}^{s_3} \frac{L}{2V_e} s_3$$

$$\frac{I_{s_1} I_{s_2}}{I_{s_3}} s_1 s_2 \frac{M_{s_3}}{I_{s_3}}.$$

Здесь  $L, S, I_{s_i}$  — константы;  $m_{s_i}$  — медленно изменяющиеся коэффициенты аэродинамических моментов, которые можно считать постоянными во время работы алгоритма диагностирования;  $s_i$  — наблюдаемые величины;  $s_2^{\text{в}}, s_2^{\text{з}}, s_2^{\text{н}}$  — известные величины в любой момент времени при формируемом управлении.

Уравнения (16) справедливы при тензоре инерции

$$I \begin{pmatrix} I_{s_1} & 0 & 0 \\ 0 & I_{s_2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{s_3} \end{pmatrix}.$$

Таким образом, измеряя величины  $V_e, s_2^{\text{в}}, s_2^{\text{з}}, s_2^{\text{н}}$ , можно численно интегрировать систему уравнений (16) на некотором промежутке времени (диагностирования)  $[t_0, T]$  с начальными условиями  $s_i(t_0)$ .

**Выводы.** С помощью численного эксперимента выполнено диагностирование неисправностей из априорного списка № 1 в условиях неточных измерений величин  $V_e, s_2^{\text{в}}, s_2^{\text{з}}, s_2^{\text{н}}$  (измеренные значения отличались от действительных на 5—10 %, и измеряемый вектор  $z(t) = (s_i(t))$ , компоненты расчетного вектора  $z_j$  получены численным интегрированием системы (16). Работа алгоритма диагностирования выполнялась циклически с интервалом включения 15—20 с. Произшедшие в системе управления ЛА неисправности за 10—15 измерений (8—14 с) были определены правильно.

The paper considers movement of the flying vehicle described by the already obtained equations. The flying vehicle is in conditions of a gliding descent from the height close to orbital ( 100 km) with velocity close to the space velocity 1.

1. *Shamolin M. V.* Foundations of Differential and Topological Diagnostics//Journal of Mathematical Sciences. — 2003. — Vol. 114, No. 1. — P. 976—1024 (Итоги науки и техники. Сер. Современные проблемы математики и ее приложения. Тематические обзоры.— 2001.— **88**, «Динамические системы-12».
2. *Шамолин М. В.* Некоторые задачи дифференциальной и топологической диагностики. Изд. 2-е, переработанное и дополненное. — М. : Экзамен, 2007. — 320 с.
3. *Борисенко И. Т., Шамолин М. В.* Алгоритмы решения задачи дифференциальной диагностики // Тез. докл. матем. конф. «Еругинские чтения — III». Брест, 14—16.05.1996. — Брест : БГУ, 1996. — С. 102.
4. *Борисенко И. Т., Шамолин М. В.* Существование и единственность решения общей задачи дифференциальной диагностики // Тез. докл. 5 Межд. совещ.-сем. «Инженерно-физические проблемы новой техники». Москва, 19—22.5.1998. —М. : Изд-во МГТУ, 1998. — С. 6—7.
5. *Борисенко И. Т., Шамолин М. В.* Существование решения общей задачи дифференциальной диагностики // Тез. докл. Конф., посвящ. 40-летию Ин-та механики МГУ. 22—26 ноября 1999 г. — М. : Изд-во МГУ, 1999. — С. 259—260.
6. *Борисенко И. Т., Шамолин М. В.* Решение задачи дифференциальной диагностики // Фундаментальная и прикладная математика. — 1999. — **5**, Вып. 3. — С. 775—790.
7. *Борисенко И. Т., Шамолин М. В.* Решение задачи дифференциальной диагностики методом статистических испытаний // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Математика. Механика. — 2001. — № 1. — С. 29—31.
8. *Шамолин М. В.* Диагностика одной системы прямого управления движением летательных аппаратов // Электрон. моделирование. — 2010. — **32**, № 1. — С.45—51.
9. *Окунев Ю. М., Парусников Н. А.* Структурные и алгоритмические аспекты моделирования для задач управления. — М. : Изд-во МГУ, 1983.
10. *Пархоменко П. П., Сагомоян Е. С.* Основы технической диагностики. — М. : Энергия, 1981.
11. *Карибский В. В., Пархоменко П. П., Сагомоян Е. С., Халчев В. Ф.* Основы технической диагностики. Кн. 1. —М. : Энергия, 1976.
12. *Мироновский Л. А.* Функциональное диагностирование динамических систем // Автоматика и телемеханика.— 1980. — № 3. — С. 96—121.
13. *Майоров А. В., Москатов Г. К., Шибанов Г. П.* Безопасность функционирования автоматизированных объектов. — М. : Машиностроение, 1988.
14. *Петров Б. Н., Рутковский В. Ю., Крутова И. Н., Земляков С. Д.* Принципы построения и проектирования самонастраивающихся систем управления.— М. : Машиностроение, 1972.
15. *Rutkovskij V. J., Zemlyakov S. D., Glumov V. M. et al.* Adaptive Algorithmic Methods for Diagnostics and Faultless Operation of Control Systems // Proc. 3<sup>rd</sup> IMECO Symposium on Technical Diagnostics, Moscow, 1983. — Budapest : Publ. IMECO, 1985. — P. 173—180.
16. *Борисенко И. Т.* К вопросу о дифференциальной теории восстановления. Некоторые вопросы управления и устойчивости механических систем// Научн. тр. № 22 Ин-та механики МГУ им. М. В. Ломоносова. — М. : Изд-во МГУ, 1973. — С. 101—108.
17. *Беляков В. И., Борисенко И. Т., Самсонов В. А.* Об одном алгоритме непрерывной экспресс-диагностики // Автоматика и телемеханика. — 1982. — № 3. — С. 113—116.
18. *Барбашин Е. А.* Введение в теорию устойчивости. — М. : Наука, 1967.

19. Чикин М. Г. Системы с фазовыми ограничениями // Автоматика и телемеханика.— 1987. — № 10. — С. 38—46.
20. Жуков В. П. О достаточных и необходимых условиях асимптотической устойчивости нелинейных динамических систем // Там же.— 1994. — № 3. — С. 24—36.
21. Богатырев А. В., Пятницкий Е. С. Построение кусочно-квадратичных функций Ляпунова для нелинейных систем управления // Там же.— 1987. — № 10. — С. 30—38.
22. Булгаков Б. В. Колебания. — М. : Наука, 1954.

Поступила 16.02.10;  
после доработки 07.06.10

*ШАМОЛИН Максим Владимирович, д-р физ.-мат. наук, профессор, вед. науч. сотр. Ин-та механики Московского государственного университета им. Ломоносова. В 1988 г. окончил Московский госуниверситет. Область научных исследований — классическая механика, дифференциальная и топологическая диагностика, качественная теория динамических систем, алгебраическая и дифференциальная топология, геометрия.*